Potencias y raíz cuadrada

3

SABER

- Potencias de números enteros y fracciones
- Operaciones con potencias
- Raíz cuadrada de números enteros y fracciones

SABER HACER

- Calcular el valor de la potencia de un número entero
- Calcular el producto o el cociente de potencias
- Calcular la raíz de un número
- Resolver operaciones combinadas con potencias y raíces

? VIDA COTIDIANA

La creación de Internet ha sido uno de los mayores pasos que ha dado la humanidad en los últimos tiempos. Permanecer informados constantemente y facilitar una conexión inmediata entre una persona y otra que se encuentra en cualquier rincón del mundo es la base de la sociedad actual.

- En Internet los datos se transfieren a velocidades del tipo 32kb/s, 64kb/s, 128kb/s, 256kb/s... ¿Qué tienen en común todos estos números?

1993
Se permite el uso comercial de Internet, a partir de entonces comenzó a crecer muy rápido.

1998
Se fabrica el primer teléfono móvil que incorpora acceso a Internet. Usaba el protocolo WAP. En la actualidad, la mayoría de los móviles tienen acceso a Internet y pueden alcanzar alta velocidad de transmisión de datos.

2000
Se crea el WIFI, sistema cuyo objetivo era la conexión inalámbrica a Internet y asegurar la compatibilidad entre equipos.

Wi Fi™

1 Potencias de números enteros

CALCULADORA

Para hallar potencias de números enteros con la calculadora usamos la tecla $\boxed{x^{\blacksquare}}$.

$2^6 \rightarrow 2\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ 6\ \boxed{=}\ \boxed{64}$

$(-2)^6 \rightarrow \boxed{(}\ \boxed{-}\ 2\ \boxed{)}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ 6\ \boxed{=}\ \boxed{64}$

Una **potencia de un número entero** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de números enteros iguales.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

$a \rightarrow$ Se llama **base** y es el número entero que se repite.

$n \rightarrow$ Se llama **exponente** y es el número de veces que se multiplica ese número entero.

EJEMPLO

1. Expresa cada producto como potencia y escribe cómo se lee.

Producto	Potencia	Se lee
$(+3)\cdot(+3)$	$(+3)^2$	3 al cuadrado
$(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)$	$(-8)^3$	−8 al cubo
$7\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$	7^5	7 a la quinta

Ten en cuenta que:

$(-2)^4 \neq -2^4$ porque

$(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = +16$

$-2^4 = -(2\cdot2\cdot2\cdot2) = -16$

Signo de una potencia de un número entero

En una potencia de base un número entero y exponente natural:

- Si la base es un entero positivo, la potencia es siempre positiva.
- Si la base es un entero negativo, la potencia es positiva cuando el exponente es par y negativa cuando es impar.

EJEMPLO

2. Calcula el signo de estas potencias.
   a) $(-3)^6$ Base negativa y exponente par → Signo +
   b) $(-2)^7$ Base negativa y exponente impar → Signo −
   c) $(+4)^9$ Base positiva → Signo +

ACTIVIDADES

1 PRACTICA. Expresa como potencia.

a) $5\cdot5\cdot5\cdot5$
b) $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$
c) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$
d) $(-7)\cdot(-7)$

2 PRACTICA. Indica el signo de cada potencia y escribe cómo se lee.

a) $(-2)^5$
b) $(-7)^3$
c) $(+4)^3$
d) 3^5
e) $(-5)^4$
f) $(-3)^7$

3 APLICA. Razona qué signo tiene cada potencia.

a) Tiene 11 factores iguales a −3.
b) Tiene 7 factores iguales a +2.
c) Tiene 18 factores iguales.

4 REFLEXIONA. ¿Para qué exponentes la potencia de un número entero tiene el mismo signo que la misma potencia de su opuesto?

SABER HACER

Calcular el valor de la potencia de un número entero

Halla el valor de las siguientes potencias:

a) 3^2 **b)** $(-3)^3$ **c)** $(-3)^4$ **d)** -3^4

Pasos a seguir

1. Tomamos el valor absoluto de la base y calculamos su potencia.

a) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

b) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

c) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

d) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

2. Si la base es negativa y el exponente es un número impar, añadimos el signo − al resultado. En caso contrario, la potencia es positiva.

a) Base positiva → Signo +
$3^2 = 9$

b) Base negativa, exponente impar → Signo −
$(-3)^3 = -27$

c) Base negativa, exponente par → Signo +
$(-3)^4 = 81$

d) Base positiva → Signo +;
Con el signo − delante → Signo −
$-3^4 = -81$

La potencia -3^4 es una potencia con base positiva, 3. Al llevar delante el signo −, el resultado es negativo.
$-3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$

ACTIVIDADES

5 Calcula las siguientes potencias de números enteros.

a) $(-2)^4$ d) 5^2 g) -7^3
b) 2^3 e) $(-7)^3$ h) $(-6)^2$
c) $(-1)^7$ f) $(-10)^4$ i) -9^2

6 Escribe la potencia en cada caso y calcula su valor.

a) Base −2 y exponente 5.
b) Base −1 y exponente 6.
c) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$
d) Tres factores iguales todos a 5.
e) Cinco factores iguales todos a −3.

7 Razona cuál es el signo de cada potencia y su valor.

35 factores iguales a −1	24 factores iguales a −1
7 factores iguales a −10	13 factores iguales a 1

8 Forma todas las potencias posibles y halla su valor.

Bases	Exponentes
−3 −2 −10 5	3 2 4

9 Indica si estas desigualdades son ciertas.

a) $(-3)^2 > (-2)^3$ c) $(-3)^3 < (-3)^4$ e) $4^2 < (-2)^3$
b) $(-3)^4 < -3^4$ d) $4^3 > 3^4$ f) $4^2 > (-4)^4$

10 Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $(-2)^{\square} = -8$ c) $-\square^4 = -16$
b) $(-4)^{\square} = 256$ d) $\square^3 = 125$

11 Razona si estas afirmaciones son ciertas.

a) Dos números enteros distintos al elevarlos a la cuarta pueden dar el mismo resultado.
b) Si un número entero es menor que otro y los elevamos a un exponente común, el valor de la potencia del menor es menor que el de la potencia del mayor.

2 Potencias de fracciones

RECUERDA

Son fracciones negativas:

$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$

Son fracciones positivas:

$\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

Para **elevar una fracción a una potencia**, elevamos el numerador y el denominador a esa potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

EJEMPLO

3. Calcula.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{(-1)^3}{5^3} = -\frac{1}{125}$

Signo de la potencia de una fracción

En una potencia de base una fracción y exponente natural:

- Si la base es una fracción positiva, la potencia es positiva.
- Si la base es una fracción negativa, la potencia es positiva cuando el exponente es par y negativa cuando es impar.

EJEMPLO

4. Calcula.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{(-1)^6}{2^6} = \frac{1}{64}$ Base negativa y exponente par → Signo +

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{2^3} = -\frac{1}{8}$ Base negativa y exponente impar → Signo −

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$ Base positiva → Signo +

RESUELVE EL RETO

La potencia de una fracción propia, ¿es también propia? ¿Es mayor o menor que la fracción inicial?

ACTIVIDADES

12 PRACTICA. Expresa como potencia.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

b) $\left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{-4}\right) \cdot \left(\frac{3}{-4}\right)$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$

d) $\left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$

13 PRACTICA. Indica el signo de cada potencia.

a) $\left(-\frac{9}{2}\right)^5$ b) $\left(\frac{11}{3}\right)^7$ c) $\left(\frac{8}{-5}\right)^4$ d) $-\left(\frac{3}{11}\right)^6$

14 APLICA. Calcula.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^6$

b) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3$

c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$

d) $\left(\frac{-2}{3}\right)^7$

e) $\left(\frac{11}{-3}\right)^2$

f) $\left(\frac{5}{3}\right)^4$

15 REFLEXIONA. Razona tu respuesta. ¿La inversa de la potencia de una fracción es igual que la misma potencia de la fracción inversa?

3 Operaciones con potencias

3.1. Producto de potencias de la misma base

Para **multiplicar** dos o más **potencias con la misma base**, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

EJEMPLO

5. Escribe estos productos como una sola potencia.

	Por la definición de potencia	Por la propiedad
$2^2 \cdot 2^3$	$\underbrace{2 \cdot 2}_{2\text{ veces}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3\text{ veces}} = 2^5$	$2^{2+3} = 2^5$
$(-4)^2 \cdot (-4)$	$\underbrace{(-4) \cdot (-4)}_{2\text{ veces}} \cdot \underbrace{(-4)}_{1\text{ vez}} = (-4)^3$	$(-4)^{2+1} = (-4)^3$

3.2. Cociente de potencias de la misma base

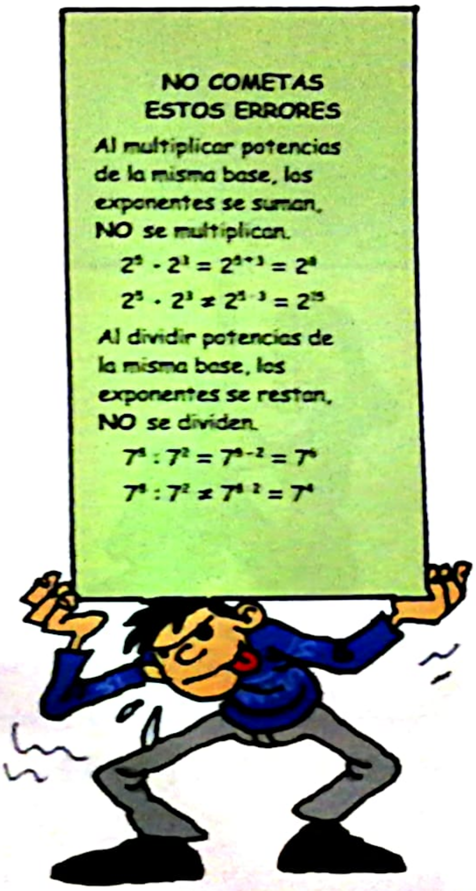
Para **dividir** dos o más **potencias con la misma base**, se deja la misma base y se restan los exponentes.

$$a^n : a^m = a^{n-m} \qquad n \geq m$$

EJEMPLO

6. Escribe estos productos como una sola potencia.

	Por la definición de potencia	Por la propiedad
$3^5 : 3^2$	$\dfrac{3^5}{3^2} = \dfrac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3^3$	$3^{5-2} = 3^3$
$(-5)^3 : (-5)^2$	$\dfrac{(-5)^3}{(-5)^2} = \dfrac{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}{(-5) \cdot (-5)} = -5$	$(-5)^{3-2} = -5$



ACTIVIDADES

16 PRACTICA. Expresa estas operaciones como una sola potencia. Usa la calculadora para hallar sus valores.

a) $(-2)^3 \cdot (-2)^6$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5$

d) $(-2)^4 : (-2)^3$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^3$

f) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 : \left(-\frac{1}{3}\right)^2$

17 APLICA. Escribe los productos y cocientes como una sola potencia y después opera.

a) $5^2 \cdot 5^2 + 3^4 : 3^3 - 10^2 \cdot 10^3$

b) $5^2 : 5 + 3^3 \cdot 3^2 + 10^2 : 10^2$

18 REFLEXIONA. Completa en tu cuaderno.

a) $4^6 \cdot 4^{\square} = 4^9$

b) $(-7)^{\square} : (-7)^3 = (-7)^7$

3.3. Potencia de una potencia

Para **elevar una potencia a otra potencia**, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

EJEMPLO

7. Expresa $(5^2)^4$ como una sola potencia.

Por la definición de potencia	Por la propiedad
$(5^2)^4 = \underbrace{5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2}_{4\text{ veces}} = 5^{2+2+2+2} = 5^8$	$(5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8$

3.4. Potencia de un producto y de un cociente

- La **potencia de un producto** es igual al producto de las potencias de sus factores.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- La **potencia de un cociente** es igual al cociente de las potencias de sus factores.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

RESUELVE EL RETO

Expresa en forma de potencia cuántos abuelos, bisabuelos y tatarabuelos tienes.

EJEMPLO

8. Resuelve las siguientes operaciones con potencias.

	Por la definición	Por la propiedad
$(5 \cdot 2)^3$	$\underbrace{(5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2)}_{3\text{ veces}} =$ $= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$	$5^3 \cdot 2^3 = 125 \cdot 8 = 1\,000$
$(8 : 4)^4$	$\underbrace{(8 : 4) \cdot (8 : 4) \cdot (8 : 4) \cdot (8 : 4)}_{4\text{ veces}} =$ $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$8^4 : 4^4 = 4\,096 : 256 = 16$

ACTIVIDADES

19 PRACTICA. Expresa como una sola potencia.

a) $(5^4)^3$ c) $[(-3)^4]^3$ e) $[(-3)^5]^0$

b) $(7^5)^2$ d) $[(-9)^3]^3$ f) $[(-9)^1]^4$

20 APLICA. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias.

a) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3}\right]^3$ b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^4$

21 APLICA. Averigua qué igualdades son falsas.

a) $10^4 = 2^4 \cdot 5^4$ c) $(-12)^4 = 6^2 \cdot (-2)^2$

b) $9^3 = (-27^3) : 3^3$ d) $6^5 = (-18)^5 : (-3)^5$

22 REFLEXIONA. Razona en cada caso el número que falta y completa en tu cuaderno.

a) $(5^{\square})^4 = 5^{20}$ c) $(2^3)^{\square} = 2^{27}$

b) $[(-6)^{\square}]^4 = (-6)^8$ d) $[(-8)^7]^{\square} = (-8)^{21}$

SABER HACER

Calcular el producto o el cociente de potencias

Expresa, si se puede, con una sola potencia.

a) $5^7 \cdot 5^4$ **c)** $6^3 \cdot (-2)^3$ **e)** $7^5 \cdot (-2)^3$

b) $5^7 : 5^4$ **d)** $6^3 : (-2)^3$ **f)** $7^5 : (-2)^3$

Pasos a seguir

1. Estudiamos si las bases o los exponentes de las potencias son iguales.

a) y b) 5^7 y 5^4 → La base de las dos potencias es la misma, 5.

c) y d) $6^3 \cdot (-2)^3$ → Las bases son distintas, pero los exponentes son iguales, 3.

e) y f) 7^5 y $(-2)^3$ → Las bases de las dos potencias son distintas y los exponentes también lo son.

2. Si las bases son iguales, sumamos o restamos los exponentes.

a) $5^7 \cdot 5^4 = 5^{7+4} = 5^{11}$

b) $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3$

3. Si las bases no son iguales, pero los exponentes sí lo son, multiplicamos o dividimos las bases.

c) $6^3 \cdot (-2)^3 = (6 \cdot (-2))^3 = (-12)^3$

d) $6^3 : (-2)^3 = (6 : (-2))^3 = (-3)^3$

4. Si no son iguales las bases ni los exponentes, no se puede expresar como una sola potencia.

e) $7^3 \cdot (-2)^5$ → No se puede expresar como una sola potencia.

f) $7^5 : (-2)^3$ → No se puede expresar como una sola potencia.

En un producto, o en un cociente, de potencias solo se pueden sumar, o restar, los exponentes si las bases son iguales.

$7^3 \cdot 7^2 = 7^{3+2}$ $7^3 : 7^2 = 7^{3-2}$

$5^3 \cdot 7^2$ → No se puede operar.

$5^3 : 7^2$ → No se puede operar.

ACTIVIDADES

23 Expresa, si se puede, con una sola potencia.

a) $9^8 : 9^3$ d) $13^5 \cdot 2^7$ g) $15^4 : 5^6$

b) $11^6 \cdot 11^5$ e) $(-2)^3 \cdot 3^3$ h) $(-5)^6 : (-5)^2$

c) $(-6)^8 : (-6)^5$ f) $9^8 : (-3)^5$ i) $(-2)^4 \cdot (-2)^5$

24 Expresa con una sola potencia, si se puede, y calcula.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{3}{2}\right)^5$

b) $\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^6$ e) $\left(-\frac{10}{4}\right)^7 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^7$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^5$ f) $\left(\frac{-3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^8$

25 Escribe tres productos de potencias de números enteros cuyo resultado sea 7^{10}.

26 Escribe tres cocientes de potencias de números enteros cuyo resultado sea 7^{10}.

27 Escribe tres productos de potencias de fracciones cuyo resultado sea $\left(\frac{3}{5}\right)^8$.

28 Escribe tres cocientes de potencias de fracciones cuyo resultado sea $\left(-\frac{2}{3}\right)^7$.

29 Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $9^8 : \square^8 = (-3)^8$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\square} \cdot \left(\frac{\square}{\square}\right)^3 = \left(-\frac{9}{4}\right)^3$

c) $(-6)^5 \cdot (-6)^{\square} = (-6)^9$

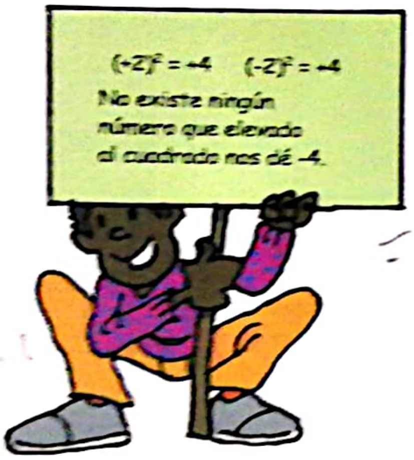
d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{\square} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{10}{15}\right)^3$

e) $(-10)^3 : (\square)^3 = (-5)^3$

f) $\left(\frac{7}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{\square}{\square}\right)^4 = \left(\frac{7}{8}\right)^4$

g) $2^7 \cdot 15^{\square} = \square^7$

4 Raíz cuadrada de números enteros



4.1. Raíz cuadrada exacta

La **raíz cuadrada exacta** de un número *a* es otro número *b* que, al elevarlo al cuadrado, nos da el número *a*.

$$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$$

El **radicando** es el número *a*,
$\sqrt{\ }$ es el **símbolo de la raíz**
y decimos que *b* es la **raíz cuadrada** de *a*.

Símbolo de raíz $\rightarrow \sqrt{a} = b \leftarrow$ Raíz
Radicando

Los números con raíz cuadrada exacta se llaman **cuadrados perfectos**.

- Un número entero positivo tiene siempre dos raíces cuadradas, una positiva y otra negativa.
- Un número entero negativo no tiene raíz cuadrada.

CALCULADORA

Para calcular la raíz de un número usamos la tecla $\sqrt{\blacksquare}$

$\sqrt{\blacksquare}$ 25 = 5

$\sqrt{\blacksquare}$ (−) 25 = Math Error

EJEMPLO

9 Calcula.

a) $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$
$\sqrt{25} = -5$ porque $(-5)^2 = 25$ $\rightarrow$ Lo escribimos $\sqrt{25} = \pm 5$.

b) $\sqrt{-9}$ no existe; ningún número al cuadrado es negativo.

4.2. Raíz cuadrada entera

Si el radicando no es un cuadrado perfecto, su raíz cuadrada no es exacta.

La **raíz cuadrada entera** de un número *a* es el mayor número *b* cuyo cuadrado es menor que *a*. El **resto** de la raíz entera es la diferencia entre el radicando, *a*, y el cuadrado de la raíz entera, *b*.

$$\text{Resto} = a - b^2$$

ACTIVIDADES

30 PRACTICA. Calcula estas raíces cuadradas exactas.

a) $\sqrt{36}$ c) $\sqrt{64}$ e) $\sqrt{121}$
b) $\sqrt{100}$ d) $\sqrt{400}$ f) $\sqrt{90\,000}$

31 APLICA. Halla el valor de *a* en estas raíces cuadradas no exactas.

a) La raíz entera de *a* es 7 y el resto es 5.
b) La raíz entera de *a* es 9 y el resto es 1.

32 APLICA. ¿De qué número es raíz cuadrada exacta el número 13? ¿Y el −11?

33 REFLEXIONA. ¿Qué valores puede tomar la última cifra de un número que sea cuadrado perfecto?

34 REFLEXIONA. ¿Qué números coinciden con su raíz cuadrada?

SABER HACER

Calcular la raíz cuadrada de un número

Calcula la raíz cuadrada de estos números:

a) $\sqrt{196}$ **b)** $\sqrt{70}$

Pasos a seguir

1. Buscamos por tanteo el mayor número cuyo cuadrado es menor o igual que el radicando.

a) $\sqrt{196}$

$12^2 = 144 \rightarrow 144 < 196$

$13^2 = 169 \rightarrow 169 < 196$

$14^2 = 196$

b) $\sqrt{70}$

$7^2 = 49 \rightarrow 49 < 70$

$8^2 = 64 \rightarrow 64 < 70$

$9^2 = 81 \rightarrow 81 > 70$

2. Si el cuadrado de ese número es igual al radicando, la raíz cuadrada es exacta.

a) $\sqrt{196} = 14$, ya que $14^2 = 196$

3. Si el cuadrado es menor, ese número es la raíz entera. La diferencia entre el número y la raíz cuadrada de ese número es el resto.

b) $8^2 = 64 \rightarrow 64 < 70$

8 es el mayor número cuyo cuadrado es menor que 70.

La raíz entera es 8 y el resto es:

Resto $= 70 - 8^2 = 70 - 64 = 6$

Al hallar con la calculadora la raíz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto obtenemos un número decimal.

La raíz entera es el número que aparece a la izquierda del punto.

√■ 70 = 8.366600

La raíz entera de 70 es 8.

ACTIVIDADES

35 Halla la raíz entera y el resto de estos números.

a) 38 b) 89 c) 120 d) 145 e) 168

36 Calcula las raíces enteras y los restos de estos números. ¿Qué observas?

a) 38 c) 83 e) 402

b) 51 d) 171 f) 486

37 Halla el radicando, la raíz entera y el resto.

a) Radicando: 75.

b) Raíz entera: 8. Resto: 3

c) Radicando: 88. Resto: 7.

38 Marta ha calculado $\sqrt{66}$ y dice que el resto es 17. ¿Ha realizado correctamente los cálculos?

39 Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $\sqrt{26} = \sqrt{\square^2 + \square}$

b) $\sqrt{99} = \sqrt{\square^2 + \square}$

c) $\sqrt{123} = \sqrt{\square^2 + \square}$

d) $\sqrt{150} = \sqrt{\square^2 + \square}$

e) $\sqrt{226} = \sqrt{\square^2 + \square}$

40 Halla los cuadrados perfectos entre los que está comprendido el número cuya raíz entera, al obtenerla con la calculadora, es:

a) 3,4641016 c) 14,966629

b) 5,1961524 d) 28,982753

41 Un tablero cuadrado está formado por casillas cuadradas iguales. Halla el número de casillas que hay en el lado del tablero si este tiene:

a) 144 casillas c) 289 casillas

b) 361 casillas d) 484 casillas

42 Encuentra un número natural comprendido entre 169 y 196, cuya raíz entera tenga como resto:

a) 1 b) 9 c) 12 d) 14 e) 20 f) 22

¿Cuál es el mayor resto que se puede obtener?

43 ¿Cuántos números tienen como raíz entera 8? ¿Cuántos tienen como raíz 9? ¿Y 10?

44 Escribe cinco números tales que al hallar su raíz entera el resto sea 3. ¿Puedes escribir más números que cumplan esta condición? ¿Cuántos?

5 Raíz cuadrada de fracciones

La **raíz cuadrada de una fracción** es el cociente entre la raíz cuadrada del numerador y la raíz cuadrada del denominador.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

La **raíz cuadrada exacta de una fracción** es un número cuyo cuadrado es igual a dicha fracción.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{c}{d} \rightarrow \left(\frac{c}{d}\right)^2 = \frac{a}{b}$$

- Una fracción positiva tiene siempre dos raíces cuadradas, una positiva y otra negativa.
- Una fracción negativa no tiene raíz cuadrada.

EJEMPLO

10. Calcula.

a) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = -\frac{4}{5} \rightarrow \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{(-4)^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

Es decir, $\sqrt{\frac{16}{25}} = \pm\frac{4}{5}$.

b) $\sqrt{-\frac{16}{25}}$ → No existe ningún número con cuadrado negativo.

c) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{1}{2}$

d) $\sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9}} = \pm\frac{\sqrt{10}}{3}$

RESUELVE EL RETO

La raíz cuadrada de una fracción positiva, ¿es siempre una fracción?

ACTIVIDADES

45 **PRACTICA.** Calcula.

a) $\sqrt{\frac{9}{100}}$ c) $\sqrt{\frac{4}{81}}$ e) $\sqrt{\frac{121}{25}}$

b) $\sqrt{\frac{64}{144}}$ d) $\sqrt{\frac{16}{441}}$ f) $\sqrt{\frac{36}{225}}$

46 **PRACTICA.** Completa las siguientes afirmaciones en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7}$ es una raíz cuadrada de la fracción …

b) $-\frac{5}{3}$ es una raíz cuadrada de la fracción …

47 **APLICA.** Completa los huecos en tu cuaderno.

a) $\sqrt{\frac{49}{\square}} = \frac{7}{2}$ c) $\sqrt{\frac{\square}{2}} = 4$

b) $\sqrt{\frac{\square}{4}} = -\frac{5}{\square}$ d) $\sqrt{\frac{\square}{3}} = -3$

48 **REFLEXIONA.** Razona tu respuesta.

a) La raíz cuadrada de una fracción impropia, ¿es también una fracción impropia?

b) El cuadrado de la raíz cuadrada de una fracción, ¿a qué es siempre igual?