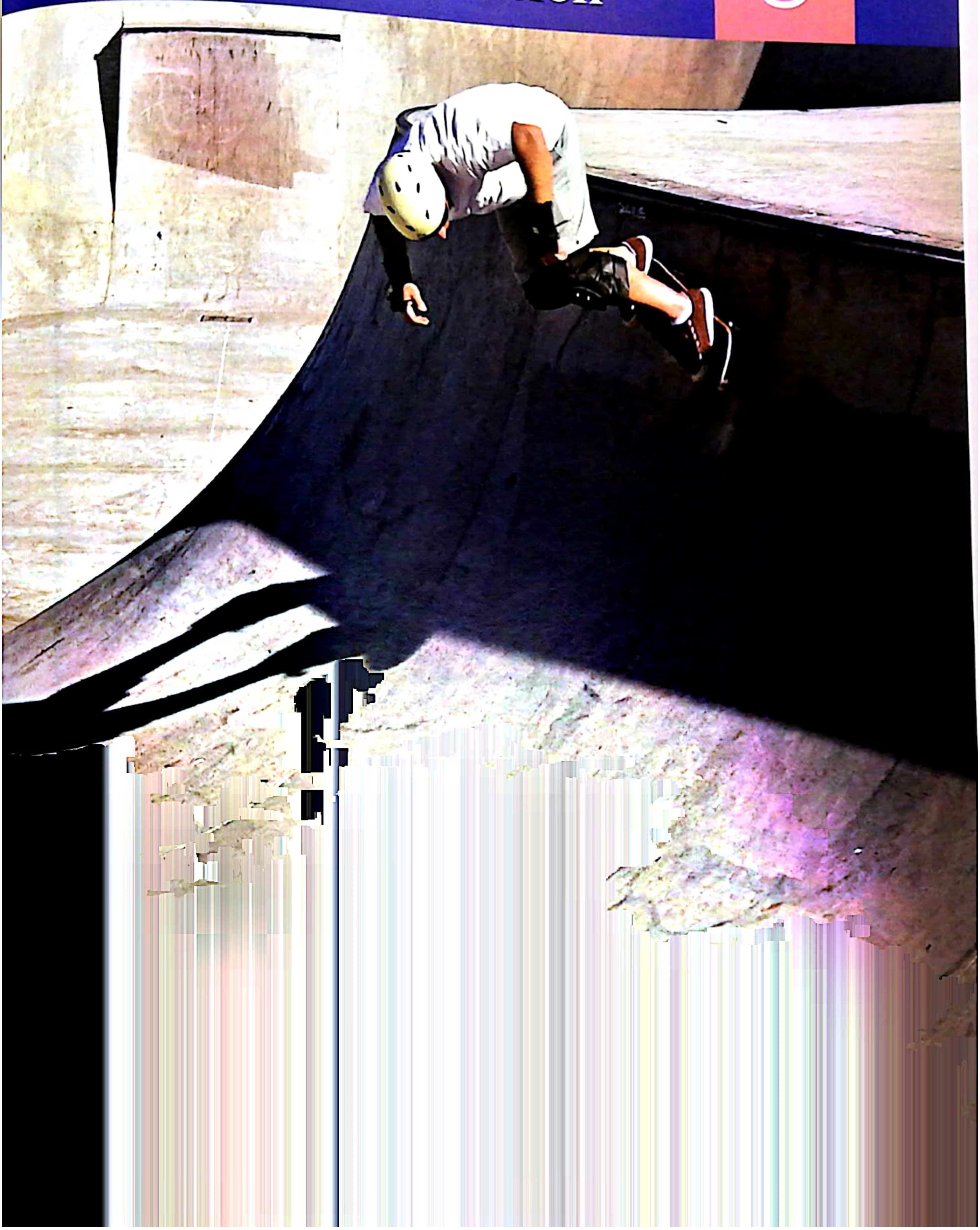
Gráfica de una función

8



1 Función de proporcionalidad directa

Una **función de proporcionalidad directa** es una función que relaciona dos magnitudes directamente proporcionales.

Su ecuación es del tipo $y = m \cdot x$, donde m es un número, y su representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas.

EJEMPLO

1. Un coche circula a una velocidad constante de 120 km/h. Estudia y representa la función que relaciona el tiempo transcurrido con el espacio recorrido por el vehículo.

Las variables son magnitudes directamente proporcionales.
Si aumentamos el tiempo al doble, el espacio recorrido será el doble.

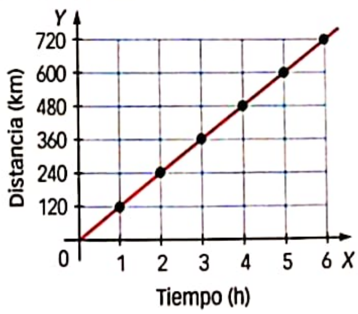
$$\left.\begin{array}{ccc} \underline{\text{Tiempo (h)}} & & \underline{\text{Distancia (km)}} \\ 1 & \longrightarrow & 120 \\ 2 & \longrightarrow & 120 \cdot 2 \\ 3 & \longrightarrow & 120 \cdot 3 \\ x & \longrightarrow & 120x \end{array}\right\} \rightarrow \text{La expresión algebraica de la función es } y = 120x$$

Construimos la tabla de valores:

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	6
Distancia (km)	120	240	360	480	600	720

Representamos los puntos y los unimos con una recta porque para cualquier tiempo podemos obtener la distancia recorrida.

La función $y = 120x$ es una función de proporcionalidad directa. Su representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas.



Entonces, $m = 120$, que es la constante de proporcionalidad directa.

ACTIVIDADES

1 La botella de un litro de refresco cuesta 1,25 €.

a) Haz una tabla que exprese el precio en función del número de botellas que se compran.

b) Averigua la expresión algebraica de la función.

c) Representa gráficamente la función.

d) Obtén su constante de proporcionalidad.

2 En la tienda del barrio, la docena de huevos cuesta 1,75 €. Expresa mediante una ecuación la relación entre el precio final y el número de docenas adquiridas. Representa gráficamente esta relación.

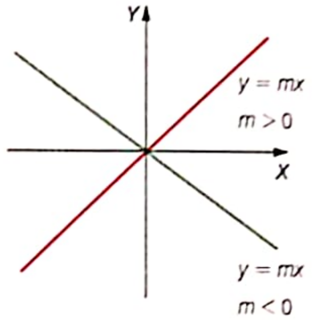
a) ¿Cuánto cuestan 4 docenas de huevos?

b) ¿Cuántos huevos hay que comprar para pagar 21 €?

2 Gráfica de la función de proporcionalidad directa

La gráfica de una función de proporcionalidad directa, $y = m \cdot x$, tiene las siguientes características:

- Es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, el punto (0, 0).
- El número m se llama **pendiente de la recta**.
- La función es siempre creciente si $m > 0$ y siempre decreciente si $m < 0$.
- Está definida para cualquier valor de x, su dominio es todo $\mathbb{R}$.



EJEMPLO

2. Representa gráficamente estas funciones lineales.

a) $y = 2x \rightarrow$ Función lineal.

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6

Pasa por (0, 0).

Pendiente $m = 2 > 0 \rightarrow$ Creciente.

b) $y = 3x \rightarrow$ Función lineal.

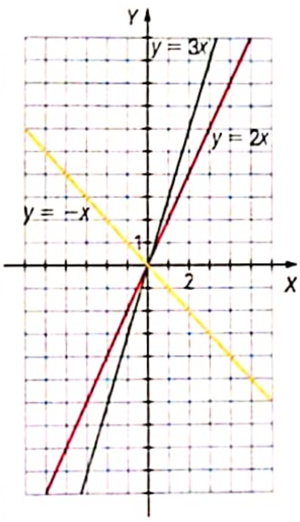
x	0	1	2	3
y	0	3	6	9

Pasa por (0, 0).

Pendiente $m = 3 > 0 \rightarrow$ Creciente.

c) $y = -x \rightarrow$ Función lineal.

x	0	1	2	3
y	0	−1	−2	−3



Pasa por (0, 0). Pendiente $m = -1 < 0 \rightarrow$ Decreciente.

La recta está más inclinada cuanto mayor es el valor absoluto de la pendiente.

ACTIVIDADES

3 Indica si las funciones son lineales y, en ese caso, halla su pendiente y estudia su crecimiento.

a) $y = 3x - 4$ c) $y = \frac{3}{4}x$ e) $y = \frac{4}{x}$

b) $y = 5x$ d) $y = \frac{1}{3}x + 2$ f) $y = x^2$

4 Pon dos ejemplos de función lineal creciente y otros dos de decreciente.

5 Representa las siguientes funciones lineales.

a) $y = 0{,}5x$ c) $y = 4x$ e) $y = -0{,}5x$

b) $y = -2x$ d) $y = x$ f) $y = 10x$

6 Una función de proporcionalidad directa pasa por el punto $P(-5, 10)$.

a) Determina su expresión algebraica.

b) ¿Cómo es la función, creciente o decreciente?

3 Función lineal

Una **función lineal** es una función cuya representación gráfica es una línea recta.

Su ecuación es del tipo $y = m \cdot x + n$, donde m y n son números.

- Si $n = 0$, la función $y = m \cdot x$ es una función de proporcionalidad directa.
- Si $m = 0$, la función $y = n$ decimos que es una **función constante.**

EJEMPLO

3. La capacidad del depósito de gasolina de un generador es 20 ℓ y su consumo es de 4 ℓ/h. Si llenamos el depósito, determina la ecuación que relaciona la cantidad de gasolina que queda con el número de horas que está encendido. ¿Qué tipo de función relaciona ambas variables?

$x \rightarrow$ Horas que está encendido.
$y \rightarrow$ Cantidad de gasolina que queda.

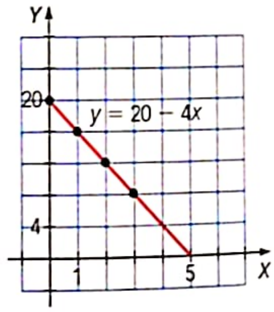
- Si $x = 0 \rightarrow y = 20 - 4 \cdot 0 = 20$
- Si $x = 1 \rightarrow y = 20 - 4 \cdot 1 = 16$
- Si $x = 2 \rightarrow y = 20 - 4 \cdot 2 = 12$
- Si $x = 3 \rightarrow y = 20 - 4 \cdot 3 = 8$

Para un tiempo x, la gasolina que queda es $y = 20 - 4x$.

Función lineal con $m = -4$ y $n = 20$

Construimos una tabla de valores y representamos la función.

x	0	1	2	3
y	20	16	12	8



ACTIVIDADES

7 Un corredor sale del kilómetro 2 de un circuito con una velocidad de 9 km/h.

a) Completa la tabla.

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4
Distancia (al km 0)	2	11			

b) Escribe la expresión algebraica de la función *distancia – tiempo* y represéntala gráficamente.

8 Una motocicleta se desplaza a una velocidad constante de 35 km/h.

a) Escribe la ecuación de la función que relaciona el tiempo con el espacio recorrido.

b) ¿De qué tipo es? Obtén su gráfica.

c) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 245 km?

d) ¿Cuántos kilómetros recorre durante un tiempo de 3 horas?

4 Gráfica de la función lineal

La gráfica de una función lineal, $y = m \cdot x + n$, es una línea recta que:

- Corta al eje Y en el punto $(0, n)$. Al número n se le llama **ordenada en el origen.**
- Es siempre creciente si $m > 0$ y siempre decreciente si $m < 0$. Al número m se le llama **pendiente de la recta.**
- Está definida para cualquier valor de x, su dominio es todo $\mathbb{R}$.

EJEMPLO

4. Representa gráficamente estas funciones lineales.

a) $y = x + 1 \rightarrow$ Función lineal.

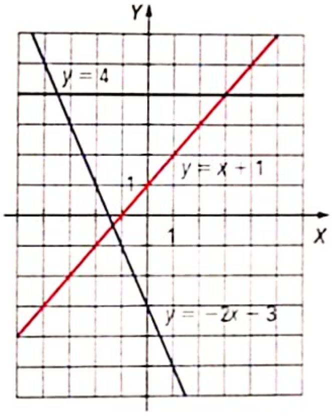
x	0	1	2	3
y	1	2	3	4

Pendiente $m = 1$

Como $m > 0 \rightarrow$ Creciente.

Ordenada en el origen $n = 1$.

La recta corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.



b) $y = -2x - 3 \rightarrow$ Función lineal.

x	0	1	2	3
y	-3	-5	-7	-9

Pendiente $m = -2$. Como $m < 0 \rightarrow$ Decreciente.

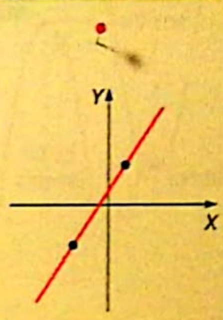
Ordenada en el origen $n = -3$. Corta al eje Y en el punto $(0, -3)$.

c) $y = 4 \rightarrow$ Función constante.

x	0	1	2	3
y	4	4	4	4

Pendiente $m = 0 \rightarrow$ No es creciente ni decreciente.

$n = 4 \rightarrow$ Corta al eje Y en $(0, 4)$.



Para representar una recta basta con conocer dos de sus puntos.

ACTIVIDADES

9 Representa las gráficas de las siguientes funciones lineales.

a) $y = -x + 3$

b) $y = 4x$

c) $y = 2x - \frac{3}{4}$

d) $y = 1$

e) $y = -x$

f) $y = -\frac{1}{2}x - 1$

10 Representa la función lineal $y = 2x + n$ para $n = 1$, $n = 2$, $n = -1$ y $n = 0$.

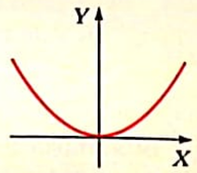
¿Cómo son las rectas que has dibujado?

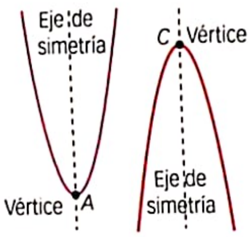
11 ¿Se cortan en algún punto las funciones lineales $y = \frac{3}{2}$, $y = -2$?

5 Función cuadrática

La **función cuadrática** tiene una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números, siendo $a \neq 0$.

Su gráfica es una curva que se llama **parábola**.





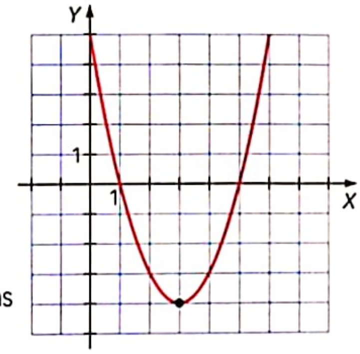
EJEMPLO

5. Haz una tabla de valores y representa estas funciones.

a) $y = x^2 - 6x + 5$

Es una función cuadrática, del tipo $y = ax^2 + bx + c$, donde $a = 1$, $b = -6$ y $c = 5$. Su gráfica es una parábola.

x	y
-2	$(-2)^2 - 6 \cdot (-2) + 5 = 21$
-1	$(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 5 = 12$
0	$0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5$
1	$1^2 - 6 \cdot 1 + 5 = 0$
2	$2^2 - 6 \cdot 2 + 5 = -3$



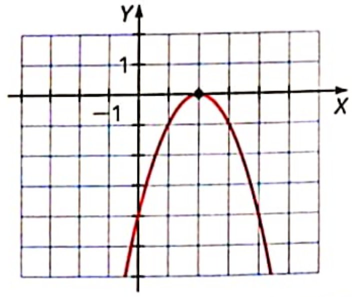
Una parábola siempre tiene dos ramas (una creciente y otra decreciente) simétricas respecto de una recta paralela al eje Y, llamada **eje de la parábola**. También tiene siempre un máximo o un mínimo llamado **vértice de la parábola**.

La rama de la izquierda es decreciente y la rama de la derecha, creciente. Por tanto, tiene un mínimo en el punto $(3, -4)$.

b) $y = -x^2 + 4x - 4$

Es una función cuadrática, del tipo $y = ax^2 + bx + c$, donde $a = -1$, $b = 4$ y $c = -4$. Su gráfica es una parábola.

x	y
-1	$-(-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 4 = -9$
0	$-0^2 + 4 \cdot 0 - 4 = -4$
1	$-1^2 + 4 \cdot 1 - 4 = -1$
2	$-2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 0$
3	$-3^2 + 4 \cdot 3 - 4 = -1$



ACTIVIDADES

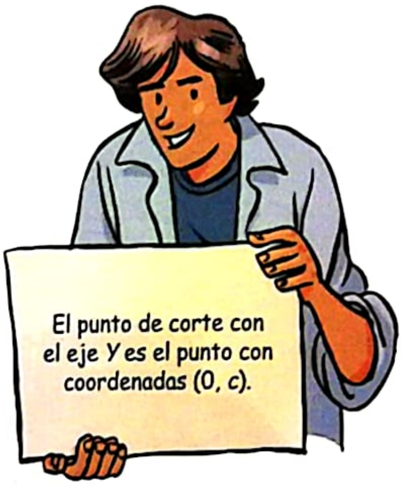
12 Dibuja la gráfica de la función $y = x^2 - 4x$. Determina su vértice y sus puntos de corte con los ejes.

13 Dibuja la gráfica de la función $y = x^2 - 2x + 1$. ¿Cuál es su vértice? ¿Y sus puntos de corte con los ejes?

6 Gráfica de la función cuadrática

La gráfica de una función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ es una parábola en la que:

- Su **vértice** es el punto $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$.
- Los **puntos de corte con el eje X** son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
- El **punto de corte con el eje Y** se calcula dando el valor $x = 0$.
- Si $a > 0$, las **ramas** de la parábola van hacia arriba. Si $a < 0$, las ramas de la parábola van hacia abajo.



EJEMPLO

6. Representa gráficamente la función $y = x^2 + 2x - 8$.

Es una función cuadrática con $a = 1$, $b = 2$ y $c = -8$.

1.º Calculamos el vértice de la parábola.

$$\text{Vértice} = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right) = \left(\frac{-2}{2\cdot 1}, \frac{-2^2+4\cdot 1\cdot(-8)}{4\cdot 1}\right) = (-1, -9)$$

2.º Hallamos los puntos de corte con el eje X. Calculamos las soluciones de la ecuación $x^2 + 2x - 8 = 0$.

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1} = \frac{-2 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Tiene dos puntos de corte con el eje X: $(2, 0)$ y $(-4, 0)$.

3.º Calculamos el punto de corte con el eje Y. Damos a la función el valor $x = 0$.

$$y = x^2 + 2x - 8 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 + 2\cdot 0 - 8 = -8$$

El punto de corte de la parábola con el eje Y es el punto $(0, -8)$.

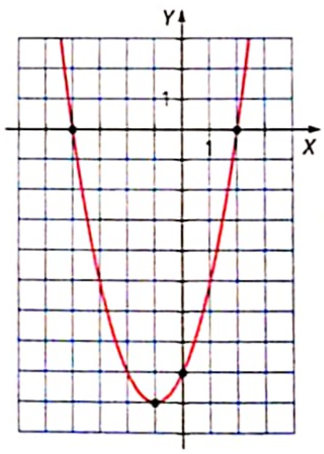
4.º Vemos hacia dónde van las ramas.

Como $a = 1 > 0$, las ramas van hacia arriba.

5.º Hacemos una tabla con valores alrededor del vértice.

6.º Representamos los puntos obtenidos y dibujamos la parábola.

x	y
-3	$(-3)^2 + 2\cdot(-3) - 8 = -5$
-2	$(-2)^2 + 2\cdot(-2) - 8 = -8$
-1	$(-1)^2 + 2\cdot(-1) - 8 = -9$
0	$0^2 + 2\cdot 0 - 8 = -8$
1	$1^2 + 2\cdot 1 - 8 = -5$



ACTIVIDADES

14 Representa gráficamente estas funciones.

a) $y = x^2 + 2x - 3$
b) $y = -2x^2 - 5x + 6$
c) $y = 10x^2 - 3x - 5$
d) $y = 6x^2 + 2x + 7$
e) $y = x^2 - 5x$
f) $y = -2x^2 - 8$

15 Dibuja la gráfica de las siguientes funciones.

a) $y = x^2 - 8x + 15$
b) $y = x^2 + x - 12$
c) $y = x^2 - 1$
d) $y = x^2 + 6x + 8$
e) $y = 9x^2 - 4$
f) $y = x^2 + x - 6$

7 Función de proporcionalidad inversa

Dos magnitudes inversamente proporcionales se relacionan mediante una **función de proporcionalidad inversa.**

Su fórmula general es $y = \frac{k}{x}$, siendo k un número.

EJEMPLO

7. Una empresa productora de café ha recogido 90 000 kg en esta temporada. Tras clasificarlo y envasarlo, lo transporta en camión a un almacén. Cada camión puede transportar 1 500 kg y disponen de 6 camiones. Elabora una tabla reflejando el número de viajes que habrá que hacer en función del número de camiones utilizados.

El número de camiones y el de viajes son magnitudes inversamente proporcionales, porque si aumenta el número de camiones, disminuye el número de viajes.

Utilizando un solo camión, este tendría que hacer $\frac{90\,000}{1500} = 60$ viajes.

La constante de proporcionalidad inversa es 60, y la expresión algebraica correspondiente es:

$$y = \frac{k}{x} \rightarrow y = \frac{60}{x}$$

En esta expresión, x es el número de camiones e y el número de viajes.

La expresión algebraica de la función nos permite conocer el número de viajes en función del número de camiones que se utilizan.

N.º de camiones	1	2	3	4	5	6
N.º de viajes	60	30	20	15	12	10

ACTIVIDADES

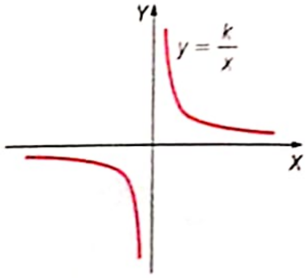
16 Como regalo de cumpleaños, Pablo ha recibido 100 €, y ha decidido comprar todos los cómics que pueda con ese dinero. Si todos los cómics tienen el mismo precio, halla la expresión algebraica de la función que representa el número de cómics que puede adquirir en función del precio, y elabora una tabla de valores.

17 El alquiler de un autocar de 60 plazas cuesta 180 €. ¿Cuánto tendremos que pagar cada uno si ocupamos todas las plazas? ¿Y si ocupamos la mitad? Representa en una tabla los precios por persona en función del número de viajeros. ¿Qué relación hay entre el precio y el número de viajeros?

18 En una granja hay pienso para alimentar a 48 vacas durante 15 días. Si se venden 5 vacas, ¿para cuántos días tendrán pienso?

8 Gráfica de la función de proporcionalidad inversa

La gráfica de la función $y = \frac{k}{x}$ se llama **hipérbola**. No corta a los ejes y su posición depende del signo de k.



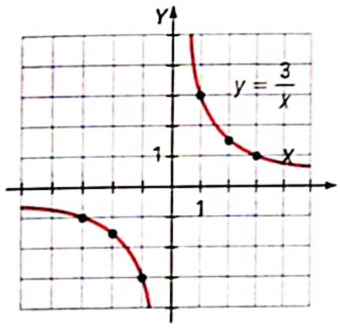
EJEMPLOS

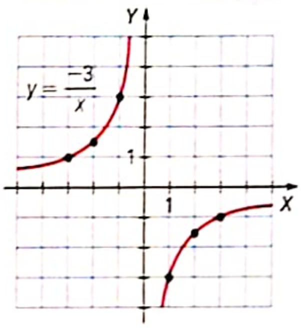
8. Representa gráficamente las funciones $y = \frac{3}{x}$ e $y = \frac{-3}{x}$.

En primer lugar, hacemos las tablas de valores correspondientes.

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-1	$-\frac{3}{2}$	-3	3	$\frac{3}{2}$	1

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	1	$\frac{3}{2}$	3	-3	$-\frac{3}{2}$	-1



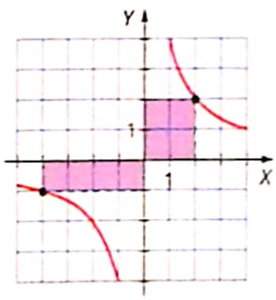


Cuando $k > 0$, las ramas de la hipérbola se encuentran en el primer y tercer cuadrantes. Si $k < 0$, están en el segundo y el cuarto. La función no corta a ninguno de los ejes.

9. ¿Cuál es el valor de k en la función $y = \frac{k}{x}$ representada en el dibujo?

Si trazamos dos segmentos perpendiculares a los ejes desde cualquier punto de la gráfica, el área del rectángulo resultante coincide con el valor de k.

En el ejemplo, dicho rectángulo abarca 4 cuadritos, por lo que $k = 4$ y la función es $y = \frac{4}{x}$.



ACTIVIDADES

19 **Dibuja las gráficas de estas funciones.**

a) $y = \frac{-2}{x}$

b) $y = \frac{5}{x}$

c) $y = \frac{-1}{x}$

d) $y = \frac{3}{x}$

20 Para montar las luces de una feria, 12 trabajadores han empleado 4 horas. Halla la expresión algebraica de la función que relaciona el número de trabajadores (x) con el número de horas empleadas (y). Represéntala gráficamente.

9 Función exponencial

Una **función exponencial** es una función de la forma $y = a^x$, donde a es un número real positivo ($a > 0$) y distinto de 1 ($a \neq 1$).

EJEMPLO

10. Una bacteria se reproduce por bipartición (cada bacteria se divide en dos bacterias) cada hora. Si comenzamos con una sola bacteria, calcula la expresión de la función que relaciona el número de bacterias con el número de horas que han transcurrido desde que la primera bacteria comenzó a dividirse.

$x \rightarrow$ Horas que han transcurrido desde el comienzo.

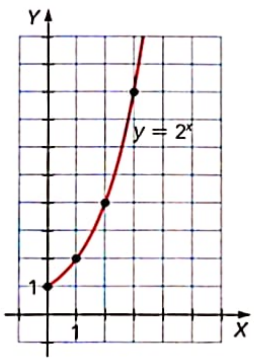
$y \rightarrow$ Número de bacterias que hay en ese momento.

- Si ha transcurrido 1 h, $x = 1$, la cantidad de bacterias que hay en ese momento, y, es 2.
- Si han transcurrido 2 h, $x = 2$, la cantidad de bacterias, y, son las 2 que había la primera hora que se han dividido en otras 2 cada una, es decir, $2 \cdot 2 = 2^2$.
- Si han transcurrido 3 h, $x = 3$, la cantidad de bacterias, y, son las 2^2 que había la segunda hora que se han dividido en otras 2 cada una, es decir, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$.

$y = 2^x \rightarrow$ Función exponencial con $a = 2$, positivo y distinto de 1.

Construimos una tabla de valores y representamos la función.

x	y
0	$2^0 = 1$
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$



ACTIVIDADES

21 ¿Por qué la base de una función exponencial no puede ser negativa? ¿Por qué no puede ser 1? Razona tus respuestas.

22 ¿Son exponenciales las siguientes funciones? ¿Por qué?

a) $y = \left(-\frac{3}{4}\right)^x$

b) $y = 8^{-x}$

c) $y = 0{,}75^{2x}$

d) $y = (5^x)^3$

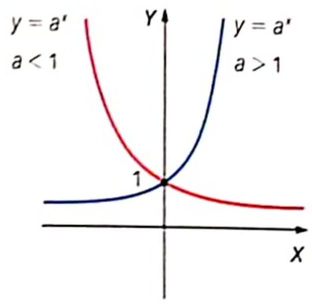
23 Las bacterias de un cultivo se multiplican por 4 cada hora. Escribe la función que representa su crecimiento. Si inicialmente teníamos 1 000 bacterias, ¿cuántas habrá en un día?

24 Un material radiactivo se desintegra siguiendo la función $m = 45 \cdot 3^{-0{,}01t}$, donde m es la masa en gramos y t el tiempo en años. ¿Cuántos años tienen que pasar para que los 45 g iniciales se reduzcan a la tercera parte?

10 Gráfica de la función exponencial

La gráfica de la función exponencial $y = a^x$ es una curva que:

- Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.
- No corta nunca al eje X.
- Pasa por el punto $(1, a)$.
- Es creciente si $a > 1$ y decreciente si $a < 1$.



EJEMPLOS

11. Representa gráficamente la función $y = 3^x$.

$y = 3^x \rightarrow$ Función exponencial con $a = 3$.

$a = 3 > 1 \rightarrow$ Función creciente.

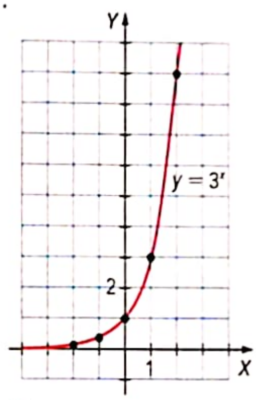
Elaboramos la tabla de valores.

x	-2	-1	0	1	2
y	0,11	0,33	1	3	9

Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta el eje X.

Representamos la función.



12. Representa gráficamente la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \rightarrow$ Función exponencial con $a = \frac{1}{2}$.

$a = \frac{1}{2} < 1 \rightarrow$ Función decreciente.

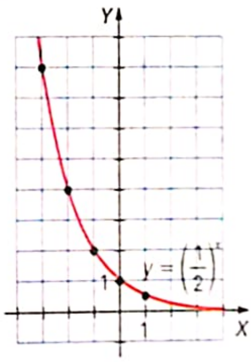
Elaboramos la tabla de valores.

x	-3	-2	-1	0	1
y	8	4	2	1	0,5

Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta el eje X.

Representamos la función.



ACTIVIDADES

25 Representa gráficamente las siguientes funciones exponenciales, indicando sus características.

a) $y = 2{,}5^x$

b) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

c) $y = 4^x$

d) $y = 5^{-x}$

26 Un capital de 5 000 € se ha invertido durante 10 años al 3,75 %. Escribe la función que expresa el capital obtenido con el tiempo y representa gráficamente su evolución en los 10 años de duración de la inversión. ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de dicha función?

Función lineal

27 Clasifica las siguientes funciones atendiendo a los valores de m y n.

a) $y = -5x$

b) $y = 4$

c) $y = 2x - 6$

d) $y = -\dfrac{2}{3}x$

e) $y = -\dfrac{7}{4}$

f) $y = \dfrac{6x - 9}{3}$

g) $y = 8x + 3$

h) $y = -\dfrac{1}{3}x$

28 Indica el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de las siguientes funciones. ¿Son crecientes o decrecientes?

a) $y = -x + 3$

b) $y = 4x - 3$

c) $y = -7x - 12$

d) $y = 6x + 5$

e) $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$

f) $y = \dfrac{4x + 1}{2}$

29 Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones.

a) $y = -5x + 3$

b) $y = 3x$

c) $y = 6x - 12$

d) $y = x + 7$

e) $y = 10$

f) $y = \dfrac{-3x - 12}{4}$

30 Determina la función lineal que pasa por el punto $(-2, 4)$ y cuya pendiente es $-\dfrac{1}{2}$.

31 Escribe la función lineal que pasa por el punto $(0, 0)$ y cuya pendiente es 4. ¿Qué tipo de función es? ¿Es creciente o decreciente?

Contesta a las preguntas anteriores si la pendiente es -3.

32 Representa gráficamente las siguientes funciones lineales. Halla también los puntos de corte con los ejes de cada una y estudia su crecimiento o decrecimento.

a) $y = 7x - 1$

b) $y = \dfrac{3}{2}x$

c) $y = -4x + 8$

d) $y = 3x + \dfrac{1}{2}$

e) $y = -6$

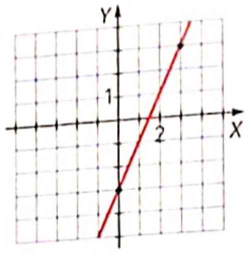
f) $y = 5x - 6$

g) $y = \dfrac{3x - 2}{3}$

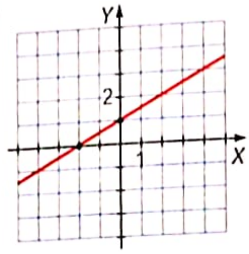
h) $y = 2x + 1$

33 Halla la expresión de las siguientes funciones a partir de sus gráficas.

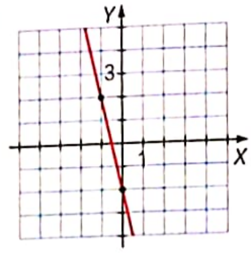
a)



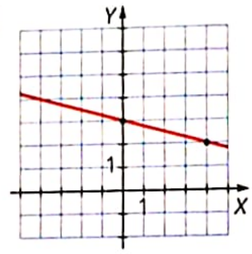
b)



c)



d)



34 Escribe las expresiones de las funciones que pasan por los siguientes puntos. Dibuja sus gráficas.

a) $(-1, 3)$ y $(2, 0)$

b) $(-2, -1)$ y $(4, 5)$

c) $(1, 7)$ y $(4, 10)$

d) $(-4, 2)$ y $(8, 4)$

e) $(0, 0)$ y $(2, -5)$

f) $(2, 5)$ y $(4, 5)$

35 Un litro de un refresco cuesta 1,25 €.

a) Haz una tabla que relacione el precio en función de los litros comprados.

b) Averigua la expresión algebraica de la función.

c) Representa gráficamente la función.

36 El coste fijo en la factura mensual del agua es de 10 € al mes. A eso hay que añadir el precio por metro cúbico, que depende del consumo.

- Consumos menores que 80 m^3: 0,90 €
- Consumos entre 80 m^3 y 120 m^3: 1,50 €
- Consumos mayores que 120 m^3: 2 €

Representa sobre los mismos ejes las funciones *consumo – precio* para cada uno de los tres tramos de consumo.

37 En una editorial cobran 75 € por diseñar la cubierta de un libro y 50 cts por maquetar cada página.

a) Escribe la función que relaciona el precio final del libro dependiendo del número de páginas.

b) Elabora una tabla de valores donde figure el precio de un libro según el número de páginas que tiene.

c) Representa gráficamente la función.

d) ¿Cuánto costaría un libro de 120 páginas?

38 Los alumnos de 2.º ESO quieren ir de viaje de estudios. Para obtener fondos acuerdan vender polvorones. Deciden comprar 360 cajas que venderán entre todos los que vayan de viaje.

a) Haz una tabla que relacione el número de alumnos que van a viajar con el número de cajas que ha de vender cada uno.

b) Escribe su expresión algebraica y representa la función.

c) Comprueba que el producto del número de alumnos por el de cajas es constante. ¿Qué significa esto?

Función cuadrática

39 Calcula las coordenadas del vértice de cada una de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $y = x^2 - 6x$

b) $y = 4x^2 - 12x + 2$

c) $y = -3x^2 - 18x + 4$

d) $y = x^2 - 16$

e) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 7$

f) $y = x^2 - 10x$

40 Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $y = x^2 - 6x - 16$

b) $y = 4x^2 - 8x - 5$

c) $y = x^2 - 7x + 6$

d) $y = 3x^2 - 7x + 4$

e) $y = 2x^2 - 50$

f) $y = -2x^2 - 20x$

41 Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas. ¿Su vértice será máximo o mínimo?

a) $y = -9x^2 + 9$

b) $y = 4x^2 - 7x - 2$

c) $y = 4x^2 + 4x - 3$

d) $y = -3x^2 + 27$

e) $y = x^2 + 2x - 24$

f) $y = -x^2 + 10x - 21$

42 Dibuja las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas, calculando su vértice, puntos de corte, dominio y recorrido.

a) $y = x^2 - x - 30$

b) $y = -3x^2 + 9$

c) $y = x^2 - x - 6$

d) $y = -9x^2 - 18$

e) $y = -x^2 - 2x + 24$

f) $y = x^2 + 2x - 8$

43 Representa gráficamente las siguientes funciones.

a) $y = x^2 - 7x - 8$

b) $y = x^2 + x - 6$

c) $y = x^2 + 8x - 9$

d) $y = x^2 - 4x - 12$

e) $y = 2x^2 - 8x$

f) $y = x^2 + 12x + 2$

g) $y = x^2 + 12x + 4$

¿Cómo son las gráficas de las funciones f) y g)?

Función de proporcionalidad inversa

44 La siguiente tabla corresponde a una función de proporcionalidad inversa.

x	1	2	3	4	5
y			1/4		

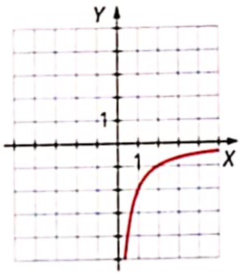
a) Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

b) Escribe la expresión algebraica de la función.

c) Representa la función.

d) Calcula x sabiendo que $f(x) = \frac{1}{12}$.

45 Completa en tu cuaderno esta gráfica correspondiente a una hipérbola.



46 Indica en qué cuadrantes se encuentran las siguientes hipérbolas. ¿Son crecientes o decrecientes? ¿Cuál de ellas estará más alejada de los ejes de coordenadas?

a) $y = \frac{5}{x}$ c) $y = -\frac{8}{x}$ e) $y = \frac{6}{5x}$

b) $y = \frac{4}{x}$ d) $y = -\frac{3}{4x}$ f) $y = \frac{1}{5x}$

47 Dadas las funciones:

$$y = \frac{2}{x} \qquad y = \frac{3}{x} \qquad y = \frac{4}{x}$$

a) Represéntalas en los mismos ejes.

b) ¿Qué gráfica está más alejada del origen?

48 Representa las gráficas de las siguientes funciones de proporcionalidad inversa.

a) $y = -\frac{1}{x}$ c) $y = \frac{4}{5x}$ e) $y = -\frac{7}{x}$

b) $y = \frac{0,5}{x}$ d) $y = \frac{1}{3x}$ f) $y = \frac{2}{7x}$

49 En una función de proporcionalidad inversa:

a) Si multiplicamos por 5 una variable, ¿qué ocurre con la otra?

b) Si dividimos por 4 una variable, ¿la otra también queda dividida por 4?

c) Contesta a las preguntas anteriores si la función es de proporcionalidad directa.

50 El área de un rectángulo es 12 m^2.

a) Elabora una tabla que refleje distintos pares de valores para su base y su altura.

b) Determina la expresión algebraica de la función que relaciona la longitud de su base y la de su altura.

c) Representa gráficamente la función. ¿Corta a los ejes en algún punto?

51 María quiere recorrer una distancia de 40 km con su bicicleta yendo a la misma velocidad todo el trayecto.

a) Elabora una tabla de valores.

b) Halla la expresión algebraica de la función que relaciona el tiempo en horas que tardará con la velocidad en kilómetros por hora.

c) ¿Cuál es el dominio y cuál el recorrido de la función?

d) Representa gráficamente la función.

52 El volumen de un prisma cuadrangular es 500 cm^3.

a) Elabora una tabla que refleje distintos pares de valores para el área de su base y su altura.

b) Halla la expresión algebraica de la función que relaciona el área de su base y la longitud de su altura.

c) Representa gráficamente la función. ¿Es creciente o decreciente?

53 Veinte obreros han tardado doce días en hacer un trabajo.

a) Elabora una tabla que refleje los días que tardarían en hacer ese trabajo diferente número de obreros.

b) Expresa algebraicamente la función que relaciona el número de obreros y el tiempo en días que tardan.

c) Representa gráficamente la función que has obtenido en el apartado anterior.

54 Una cooperativa de agricultores ha obtenido por una venta un beneficio de 20 000 €.

a) ¿Qué función relaciona el número de socios de la cooperativa con el dinero que le corresponderá a cada uno al repartir el beneficio obtenido?

b) Realiza una tabla con distintos pares de valores para el número de socios y el beneficio correspondiente por socio.

c) Halla el dominio y el recorrido de la función.

d) Representa gráficamente la función

55 Una expedición de 20 personas ha preparado comida para 30 días.

a) ¿Cuánto les duraría la comida si fueran 5 personas menos? ¿Y 5 más?

b) Obtén la expresión algebraica de la función que relaciona número de personas en la expedición con los días que les durará la comida.

c) Representa gráficamente la función obtenida.

Función exponencial

56 Halla el dominio y el recorrido de estas funciones.

$$y = 5^x \qquad y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$$

57 Halla los puntos de corte con los ejes de las funciones $y = 4^x$ e $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

58 Indica, si es posible, si las siguientes funciones exponenciales son crecientes o decrecientes.

a) $y = 4{,}7^x$

b) $y = 0{,}6^x$

c) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

d) $y = (-8)^x$

e) $y = 2{,}3^x$

f) $y = \left(\frac{5}{6}\right)^x$

g) $y = (-1)^{-x}$

h) $y = \left(\frac{8}{3}\right)^{-x}$

59 Representa gráficamente las siguientes funciones exponenciales.

a) $y = 6^x$

b) $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$

c) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$

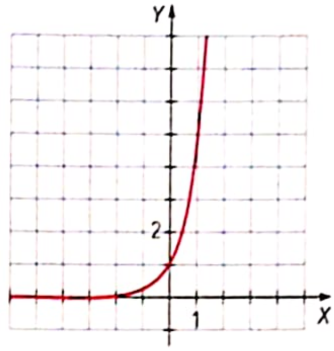
d) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

e) $y = 3^x$

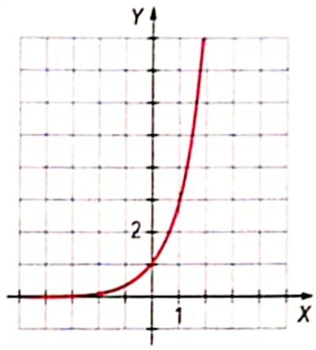
f) $y = 10^x$

60 ¿Qué funciones exponenciales se representan en las siguientes gráficas?

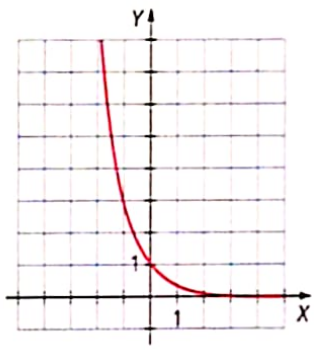
a)



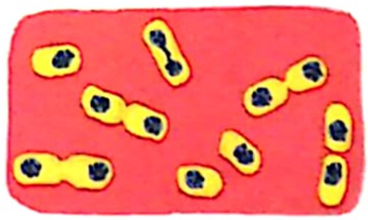
b)



c)



61 Una bacteria se reproduce por bipartición cada 20 minutos. Un trozo de pollo que tenía una de esas bacterias se quedó fuera de la nevera.



a) ¿Cuántas bacterias contendrá en 2 horas? ¿Y en 3 horas?

b) ¿Cuál es la función que relaciona el número de bacterias con el tiempo?

c) Elabora una tabla de valores con estos datos.

d) Representa gráficamente la función.

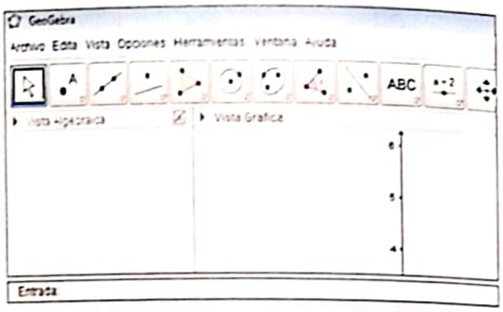
62 Escribe la función que representa el capital obtenido a partir de la inversión de 2 500 € con un interés compuesto del 2,5 %. Elabora la tabla de valores correspondiente a los 5 primeros años de inversión y representa la función gráficamente.

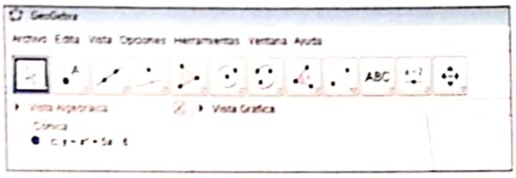
SABER HACER

Dibujar gráficas con GeoGebra

GeoGebra es un programa que se descarga de forma gratuita de Internet, y que puede resultar muy útil, entre otras aplicaciones, para la representación de gráficas de funciones.

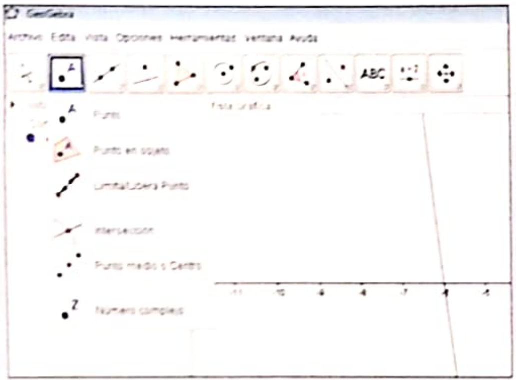
En la pantalla de inicio encontramos la zona con los ejes de coordenadas. En la parte superior, está la barra de comandos y, en la inferior, el campo *Entrada*, donde se escribe la expresión de la función.





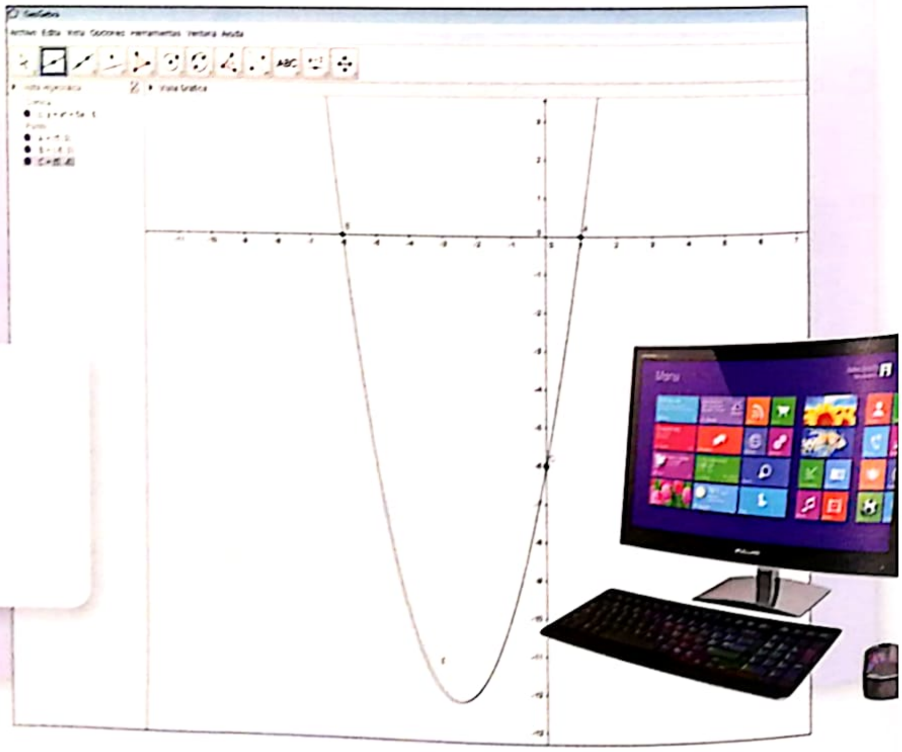
Para introducir la función $y = x^2 + 5x - 6$, debemos teclear x^2+5x-6 y luego pulsar ← *Enter*.

El programa dibuja la gráfica y a la izquierda aparece la expresión de la función.



Podemos localizar en la gráfica los puntos de corte con los ejes, desplegando el botón *Punto* y seleccionando *Intersección*.

Después pinchamos con el ratón en la gráfica y en los ejes de coordenadas.



Utiliza GeoGebra para dibujar la gráfica de estas funciones.

a) $y = -2x + 3$

b) $y = -2x^2 + 3x + 2$

c) $y = -\dfrac{2}{x}$

d) $y = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$