

1

Razón y proporción

Una **razón** es un cociente entre dos números o cantidades.
Una **proporción** es una igualdad de dos razones.

EJEMPLOS

1. En una clase de 40 alumnos tan solo hay 8 chicos. ¿Qué relación numérica existe entre los chicos y el total de alumnos de la clase?

La relación existente viene dada por la razón $\frac{8}{40}$. Es decir, 8 de 40.

La igualdad $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ es una proporción. Decir que hay 8 chicos en un total de 40 alumnos es equivalente a indicar que 1 de cada 5 lo es.

2. En una superficie de 5 m² hemos plantado 20 plantas. De la misma manera, ¿cuántas podemos plantar en 30 m²?

Si llamamos x al número de plantas que se pueden plantar en 30 m², la proporción que relaciona estas cantidades es:

$$\begin{array}{l} \text{Plantas} \rightarrow \frac{20}{5} = \frac{x}{30} \\ \text{Superficie} \end{array}$$

Para calcular x multiplicamos en cruz y despejamos:

$$\frac{20}{5} = \frac{x}{30} \rightarrow 20 \cdot 30 = 5 \cdot x \rightarrow x = \frac{600}{5} = 120$$

Se pueden plantar 120 plantas en 30 m².

3. El jefe de Antonio ha dado una gratificación a sus empleados en función del número de años que llevan trabajando en la empresa. Antonio, que lleva 6 años, ha recibido 390 €; y Julián, 240 € por su trabajo durante 4 años. ¿Ha hecho un reparto proporcional?

El reparto será proporcional si las razones del dinero que han recibido y los años que llevan trabajando forman una proporción.

$$\begin{array}{l} \text{Dinero} \rightarrow \frac{390}{6} = 65 \\ \text{Años} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Dinero} \rightarrow \frac{240}{4} = 60 \\ \text{Años} \end{array}$$

Como las razones no son iguales, no forman una proporción y, por tanto, el reparto que se ha hecho no es proporcional.



ACTIVIDADES

- 1 Escribe las razones correspondientes a las siguientes situaciones.
 - a) De las 350 páginas que tiene un libro, he leído 95.
 - b) Hemos recorrido 260 de los 600 km que nos separan de la playa.
 - c) Silvia tiene 28 de los 72 cromos de su álbum.
 - d) De 32 dientes que tenemos, al bebé le han salido 4.
- 2 Un albañil tarda 14 horas en poner 280 azulejos. ¿Cuántos azulejos ha puesto cada hora? ¿Tardará 42 horas en poner 840 azulejos?
- 3 En el parking donde trabaja Rubén, caben 35 coches en 385 m². ¿Cuántos metros cuadrados se necesitan para que puedan aparcar 250 coches?

2 Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando:

- Al aumentar una de ellas el doble, el triple..., la otra aumenta en la misma medida.
- Al disminuir una de ellas a la mitad, a un tercio..., la otra disminuye en la misma medida.

EJEMPLOS

4. Un cuaderno vale 2,50 €. Determina si la relación entre el *número de cuadernos* y su *coste* es directamente proporcional.

Si un cuaderno cuesta 2,50 €, dos cuadernos costarán el doble, tres cuadernos, el triple...

De la misma manera, si 10 cuadernos cuestan 25 €, la mitad de cuadernos costarán la mitad...

El *número de cuadernos* y su *coste* son directamente proporcionales.

5. Estos son los precios de la tienda que tengo al lado de casa. El *número de latas* y el *precio*, ¿son directamente proporcionales? ¿Se puede averiguar cuánto valdrían 20 latas?

Latas de refresco	
1 lata	0,70 €
2 latas	1,30 €
3 latas	1,80 €

Si una lata vale 0,70 €, dos latas deberían valer: $0,70 \cdot 2 = 1,40$ €

Y, sin embargo, según el cartel, cuestan 1,30 €.

De la misma manera, tres latas deberían valer:

$$0,70 \cdot 3 = 2,10 \text{ €}$$

Pero según el cartel cuestan 1,80 €.

Es decir, el doble de latas no cuesta el doble, ni el triple de latas cuesta el triple. Por tanto, el *número de latas* y el *precio* no son directamente proporcionales.

El precio de una lata disminuye a medida que aumenta el número de unidades que se compran. No podemos saber el precio de 20 latas.



ACTIVIDADES

- 4 Paco ha llamado al fontanero porque tiene una tubería que está goteando. Mientras llega el fontanero, Paco ha colocado un cubo para recoger el agua que cae. Durante la primera hora se han llenado 3,5 ℓ y, en la tercera, el cubo tiene 10,5 ℓ acumulados. ¿Son directamente proporcionales el *número de litros* de agua y el *número de horas*?

- 5 Indica en cada caso si las magnitudes son directamente proporcionales.

- El consumo de un coche en 100 km es de 7 ℓ de combustible. En 350 km es de 24,5 ℓ.
- El consumo de un coche a 90 km/h es de 7 ℓ de gasolina y a 120 km/h es de 12 ℓ.
- Una barra de pan vale 0,90 € y 5 barras valen 4,10 €.

3 Regla de tres directa

La regla de tres directa es una técnica que permite calcular el valor desconocido de una proporción en la que las dos magnitudes relacionadas son directamente proporcionales.



En general, para resolver una regla de tres directa, aplicaremos el siguiente cálculo:

$$\begin{matrix} a \rightarrow b \\ c \rightarrow x \end{matrix} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{x} \rightarrow x = \frac{c \cdot b}{a}$$

EJEMPLO

6. Eugenia quiere preparar esta tarta de cumpleaños para sus 8 invitados, pero los ingredientes de la receta vienen indicados para 6 personas. ¿Qué cantidad de harina necesitará?

Ingredientes (6 personas)

450 g de harina
200 g de mantequilla
300 g de azúcar

El número de raciones que tiene la tarta y la cantidad de harina que hay que emplear son magnitudes directamente proporcionales:

- Si queremos hacer una tarta para el doble de personas, necesitaremos el doble de harina.
- Si la tarta es para la mitad de personas, la harina que utilizaremos será también la mitad.

Planteamos una regla de tres directa:

Para 6 raciones $\xrightarrow{\text{se necesitan}}$ 450 g

Para 8 raciones $\xrightarrow{\text{se necesitarán}}$ x g

La proporción que tenemos es $\frac{6}{8} = \frac{450}{x}$

Multiplicamos en cruz y despejamos x:

$$\frac{6}{8} = \frac{450}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 8 \cdot 450 \rightarrow x = \frac{8 \cdot 450}{6} = 600 \text{ g}$$

Para una tarta de 8 raciones necesitaremos 600 g de harina.

Otra forma de resolver este problema es calculando los gramos de harina que se necesitan para una persona:

$$x = \frac{450}{6} = 75 \text{ g}$$

Para hacer una tarta de una ración se necesitan 75 g de harina, y para hacerla de 8 raciones, utilizaremos 8 veces esa cantidad, es decir, $75 \cdot 8 = 600 \text{ g}$.

Este segundo método se denomina reducción a la unidad.

ACTIVIDADES

6. A Jesús le ha costado 66,95 € llenar el depósito de su coche. ¿Cuántos litros de gasolina ha puesto, si cada litro vale 1,339 €?
7. En mi habitación tengo tres estanterías iguales en las que caben 27 videojuegos. ¿Cuántas estanterías como las anteriores necesito comprar para colocar 36 nuevos videojuegos?
8. En la etiqueta de un yogur leemos que aporta 54 kcal por cada 100 g. ¿Cuántas calorías aporta un vasito de yogur cuyo peso es de 125 g?
9. Una asociación de 35 socios recaudó el año pasado 1 400 € con sus cuotas. Si este año hay nuevas incorporaciones y han recaudado en total 2 000 €, ¿cuántos socios nuevos hay?

4 Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando:

- Al aumentar una de ellas el doble, el triple..., la otra disminuye a la mitad, a la tercera parte...
- Al disminuir una de ellas a la mitad, a la tercera parte..., la otra aumenta el doble, el triple...

EJEMPLOS

7. Para ir al trabajo en coche, yendo a una velocidad de 60 km/h, se tardan 20 minutos y, si la velocidad es de 80 km/h, 15 minutos. Determina si la relación entre la *velocidad* y el *tiempo* que se tarda es inversamente proporcional.

Si a 60 km/h tardamos 20 minutos, al doble de velocidad tardaremos la mitad de tiempo. Si la velocidad pudiese ser el triple, tardaríamos la tercera parte del tiempo...

De la misma manera, si la velocidad fuese la mitad, llegaríamos en el doble de tiempo y, si fuese la tercera parte, en el triple de minutos.

La *velocidad* y el *tiempo* son inversamente proporcionales.

8. Observa esta oferta de bolígrafos de la papelería del barrio. El *número de bolígrafos* y el *precio*, ¿son inversamente proporcionales?



Un bolígrafo cuesta 1,20 €. Si el *precio* fuese inversamente proporcional al *número de bolígrafos*, 2 bolígrafos deberían valer la *mitad*, es decir, 0,60 €. Sin embargo, cuestan 1,20 €.

Así, si compramos 3 bolígrafos, deberían costar la *tercera parte*:

$$1,20 : 3 = 0,40 \text{ €}$$

Sin embargo, el precio es:

1,20	+	1,20	=	2,40 €
Precio 2 bolígrafos		Precio 1 bolígrafo		

El *número de bolígrafos* y el *precio* no son inversamente proporcionales.



ACTIVIDADES

10 ¿Son inversamente proporcionales las siguientes magnitudes?

- Velocidad y kilómetros recorridos.
- Número de personas y horas empleadas en hacer determinado trabajo.
- Edad y estatura.
- Consumo eléctrico y número de horas de luz solar.

11 Max tiene una empresa de venta de sobres. Uno de sus clientes ha ido a la tienda para preguntar los precios. Max le hace la siguiente oferta:

«Si compras 5000 sobres, cada sobre te costará 0,60 €, pero si necesitas más y compras 15000 sobres, el precio de cada uno será 0,20 €».

¿El *número de sobres* comprados y el *precio* de cada uno son inversamente proporcionales?

5

Regla de tres inversa

La regla de tres inversa es una técnica que permite calcular el valor desconocido de una proporción en la que las dos magnitudes relacionadas son inversamente proporcionales.



En general, para resolver una regla de tres inversa, se aplica el siguiente cálculo:

$$\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ c \rightarrow x \end{array} \left\} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{x}{b} \rightarrow x = \frac{a \cdot b}{c}$$

EJEMPLO

9. Un grifo que vierte 19 hl por hora tarda 28 h en llenar una piscina. Si arroja 40 hl por hora, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarla?

El número de hectolitros que arroja el grifo y el tiempo que tarda en llenarse la piscina son inversamente proporcionales:

- Si el grifo arroja el doble de hectolitros, la piscina tardaría la mitad de tiempo en llenarse. Si arroja el triple, la tercera parte de tiempo...
- Si el caudal del grifo fuese la mitad, tardaría el doble de tiempo en llenarse. Si fuese la tercera parte, el triple de tiempo...

Planteamos una regla de tres inversa:

$$\text{Si arroja } 19 \text{ hl/h} \xrightarrow{\text{se tardan}} 28 \text{ h}$$

$$\text{Si arroja } 40 \text{ hl/h} \xrightarrow{\text{se tardarían}} x \text{ h}$$

En la resolución hay que tener en cuenta que en una de las razones hay que invertir los términos.

En este caso, la proporción de esta regla de tres inversa es:

$$\frac{19}{40} = \frac{x}{28} \left[\begin{array}{l} \leftarrow \text{Términos invertidos} \\ \leftarrow \end{array} \right]$$

Para calcular x , multiplicamos en cruz y despejamos:

$$\frac{19}{40} = \frac{x}{28} \rightarrow 40 \cdot x = 19 \cdot 28 \rightarrow x = \frac{19 \cdot 28}{40} = 13,3 \text{ h}$$

La piscina tardará en llenarse 13,3 h.

Otra forma de resolver este problema es calculando el número total de hectolitros de agua que caben en la piscina:

$$19 \cdot 28 = 532 \text{ hl}$$

Si arroja un 1 hl por hora, tardaría 532 h en llenarse. Por tanto, si arroja 40 hl por hora, tardará la cuarentava parte, es decir:

$$532 : 40 = 13,3 \text{ h}$$

Este segundo método se denomina reducción a la unidad.

ACTIVIDADES

- 12 En la granja, 30 gallinas tardan 10 minutos en comer un saco de pienso. Si se compran 20 gallinas más, ¿cuánto tardarán todas en consumir el saco?
- 13 Para pintar un bloque de pisos en 30 días se ha previsto que se necesitan 10 personas. ¿Cuántos días tardarán en pintarlo 15 personas?
- 14 Tengo dinero suficiente para 12 días, gastando 8 € diarios. Si quiero que me dure 15 días, ¿cuánto dinero puedo gastar cada día?
- 15 En una planta embotelladora, 16 máquinas tardan 6 horas en embotellar un pedido. ¿Cuántas máquinas se necesitan para hacer este pedido en 4 horas?

6 Porcentajes

El tanto por ciento o porcentaje, $t\%$, de una cantidad, indica que se toman t partes de cada 100 en las que queda dividida esa cantidad. Para calcularlo se multiplica esa cantidad por el tanto por ciento y se divide por 100.

$$t\% \text{ de } C = \frac{t}{100} \cdot C$$

EJEMPLO

10. Carmelo gasta el 26% de su sueldo en comida, y el 35% en pagar el alquiler. Si gana al mes 1200 €, ¿cuánto gasta en cada cosa? ¿Qué porcentaje le queda para otros gastos?

Por cada 100 € que gana, Carmelo gasta 26 € en comida y 35 € en alquiler. Para calcular lo que gasta en comida, planteamos una regla de tres directa y la resolvemos:

$$\begin{array}{l} \text{Si de } 100 \text{ €} \xrightarrow{\text{gasta}} 26 \text{ €} \\ \text{de } 1200 \text{ €} \xrightarrow{\text{gastará}} x \text{ €} \end{array}$$

$$\frac{100}{1200} = \frac{26}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 1200 \cdot 26 \rightarrow x = \frac{31200}{100} = 312 \text{ €}$$

Carmelo gasta 312 € en comida.

También podemos expresar el porcentaje como fracción y como número decimal. Calculamos de esta manera el gasto en alquiler:

$$35\% \text{ de } 1200 = \frac{35}{100} \cdot 1200 = 0,35 \cdot 1200 = 420 \text{ €}$$

Carmelo gasta 420 € en alquiler.

Es decir, en total gasta $312 + 420 = 732$ € entre comida y alquiler. Le quedan, por tanto, $1200 - 732 = 468$ € para otros gastos. Para calcular el porcentaje que esto supone, podemos hacer esta regla de tres:

$$\begin{array}{l} \text{Si } 1200 \text{ €} \xrightarrow{\text{suponen}} 100\% \text{ del sueldo} \\ 468 \text{ €} \xrightarrow{\text{supondrán}} x \end{array}$$

$$\frac{1200}{468} = \frac{100}{x} \rightarrow 468 \cdot 100 = 1200 \cdot x \rightarrow x = \frac{468 \cdot 100}{1200} = 39\%$$


ACTIVIDADES

- 16 El aire limpio tiene un 21% de oxígeno, mientras que el de una ciudad contiene un 14%. Si nuestros pulmones inspiran 2 litros de aire cada vez que respiramos, ¿cuánto oxígeno dejamos de respirar por estar contaminado el aire?
- 17 En rebajas, la tienda de ropa de Loli hace un 10% de descuento. Si un jersey costaba 42 €, ¿cuál es su precio rebajado?

- 18 En la carta del restaurante de Emilio, los precios no llevan el 10% de IVA. Un cliente ha pedido una ensalada que cuesta 9,16 €, un lenguado cuyo precio es de 16,25 € y un postre de 7,78 €. ¿Cuánto pagará en total el cliente?



- **Aumentar** una cantidad un $t\%$ equivale a calcular el $(100 + t)\%$ de dicha cantidad.
- **Disminuir** una cantidad un $t\%$ equivale a calcular el $(100 - t)\%$ de dicha cantidad.



EJEMPLOS

11. En el alquiler de un apartamento de vacaciones, el dueño nos ha hecho un descuento del 14% sobre los 700 € que costaba una semana. ¿Qué precio final vamos a pagar?

El precio inicial del apartamento, el 100%, ha disminuido un 14%.
 $100 - 14 = 86 \rightarrow$ El precio final es el 86% del precio inicial. Por tanto:

$$86\% \text{ de } 700 = \frac{86}{100} \cdot 700 = 602$$

El precio del alquiler será de 602 € por una semana.

12. En verano hay mucha gente que viene a mi pueblo de vacaciones. Este año, según los datos del ayuntamiento, la población aumentó un 26%. Si mi pueblo tiene 550 habitantes durante el invierno, ¿cuántas personas hubo en total durante el verano?

El número de habitantes en invierno, el 100%, aumentó un 26% durante el verano.

$100 + 26 = 126 \rightarrow$ En vacaciones, la población fue del 126%.

$$126\% \text{ de } 550 = \frac{126}{100} \cdot 550 = 693$$

Durante el verano hubo 693 personas.

ACTIVIDADES

19. Una raqueta de tenis cuesta 182 € más el 21% de IVA. ¿Cuánto tengo que pagar si me compro esa raqueta?

20. La entrada a un museo, que costaba 12 €, ha subido este año un 9,5%. ¿Cuál es su precio actual?

21. El teléfono móvil que acaban de regalar a Guillermo tiene una autonomía de 6 horas al 100% de carga. Por utilizarlo, la batería ha disminuido un 28%. ¿Cuántas horas de autonomía tiene ahora?



22. Por arreglar su coche, Alberto paga un total de 328 € tras hacerle un descuento del 15%. ¿Cuánto costaba el arreglo?



23. El menú de un restaurante cuesta 10 € los días de diario, y 11,50 € los fines de semana. ¿En qué porcentaje aumentan su precio?

8 Porcentajes sucesivos

Cuando a una cantidad se le acumulan diferentes porcentajes, tanto para aumentar como para disminuir su valor, utilizamos **porcentajes sucesivos**.

Los porcentajes sucesivos, $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, de una cantidad equivalen a calcular el $(t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot \dots \cdot t_n)\%$ de esa cantidad.

EJEMPLOS

13. Alejandro va a comprar unos pantalones que costaban 58 €. Al llegar a la caja, le dicen que lleva un descuento del 25 %, pero que hay que sumar el IVA del 21 %. ¿Cuál es su precio final? ¿Qué porcentaje del precio inicial hay que pagar?

Descuento del 25 % $\rightarrow 100\% - 25\% = 75\%$

IVA del 21 % $\rightarrow 100\% + 21\% = 121\%$

Es decir, el precio de los pantalones es:

$$121\% \text{ del } 75\% \text{ de } 58 = \frac{121}{100} \cdot \frac{75}{100} \cdot 58 = 52,64 \text{ €}$$

El porcentaje del precio inicial que hay que pagar es:

$$121\% \text{ del } 75\% = \frac{121}{100} \cdot \frac{75}{100} = \frac{90,75}{100} \rightarrow \text{El } 90,75\%$$

14. Un embalse que contenía 5 896 hm³ perdió un 2,07 % de agua debido a las altas temperaturas en un mes. Después vinieron las lluvias, que aumentaron el nivel de agua en un 3,65 %. ¿Cuál es el volumen actual del embalse?

El contenido inicial perdió el 2,07 % $\rightarrow 100\% - 2,07\% = 97,93\%$

Luego aumenta un 3,65 % $\rightarrow 100\% + 3,65\% = 103,65\%$

$$103,65\% \text{ del } 97,93\% \text{ de } 5896 = \frac{103,65}{100} \cdot \frac{97,93}{100} \cdot 5896 = 5984,7 \text{ hm}^3$$

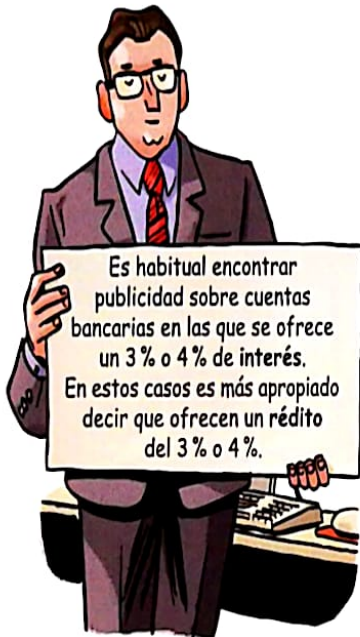
El volumen de agua del embalse en la actualidad es de 5 984,7 hm³.



ACTIVIDADES

- 24 El precio de una televisión era de 458 €. En el mes de diciembre subió un 24 % y en las rebajas de enero bajó un 20 %. ¿Cuál es su precio ahora?
- 25 Una comunidad de vecinos genera diariamente 56 kg de basura, pero durante el mes de agosto, como había vecinos de vacaciones, se produjo una disminución del 17,5 % en los residuos. Ahora, en septiembre, han aumentado el 21 %. ¿Cuántos kilos de basura generan los vecinos diariamente en septiembre?
- 26 Un bosque ha perdido un 23 % de superficie arbolada debido a un incendio. Se ha repoblado el 11 % para intentar recuperarlo. Si la superficie total era de 16 000 hectáreas, ¿cuántas hectáreas quedan aún sin repoblar?
- 27 Un coche pierde el 18 % de su valor en el momento en que se matricula, y registra una depreciación del 10 % anual durante los 6 primeros años. ¿Cuánto valdrá al final del tercer año un coche que se compró por 15 000 €?

Si se deposita una cantidad de dinero en el banco durante un determinado tiempo, al retirarlo se obtiene una cantidad mayor que la inicial. La diferencia entre la cantidad recibida y la depositada se conoce con el nombre de **interés**.



EJEMPLOS

15. Celia ha ingresado en el banco 5 000 € durante 5 años a un rédito del 2,5% anual. ¿A cuánto ascenderá su capital cuando lo retire del banco?

El capital que ingresa en el banco lo designamos con la letra C , y el tiempo que va a mantener su dinero, por t .

Llamamos rédito al tanto por ciento que se genera anualmente, y lo representaremos por r .

Para hallar el interés que va a obtener por su inversión, sustituimos los datos del enunciado en la siguiente expresión:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow I = \frac{5\,000 \cdot 2,5 \cdot 5}{100} = 625 \text{ €}$$

Celia obtiene un interés de 625 €, que sumado a lo que aportó inicialmente, nos da la cantidad que tendrá al cabo de los 5 años:

$$5\,000 + 625 = 5\,625 \text{ €}$$

16. ¿Qué produce mayor interés, invertir 1 500 € al 6,5% durante 6 meses, o hacerlo al 5,5% durante 220 días?

Cuando el tiempo viene dado en meses, teniendo en cuenta que un año tiene 12 meses, sustituimos en la siguiente expresión:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{12 \cdot 100} \rightarrow I = \frac{1\,500 \cdot 6,5 \cdot 6}{1\,200} = 48,75 \text{ €}$$

Para hacer el cálculo con días, se considera que un año tiene 360 días:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{360 \cdot 100} \rightarrow I = \frac{1\,500 \cdot 5,5 \cdot 220}{36\,000} = 50,42 \text{ €}$$

La segunda inversión produce más interés.

ACTIVIDADES

28. Halla el tiempo que Martín ha mantenido 2 000 € a un rédito del 3,25% anual, si ahora tiene 2 260 €.
29. ¿A qué rédito hemos puesto un capital de 3 500 € durante 3 años, si al cabo de ese tiempo obtenemos 3 788,75 €?
30. ¿Cuántos días debemos mantener un capital al 7,5%, para duplicarlo?
31. Calcula la cantidad que retiraremos de un banco en el que, hace 23 meses, ingresamos 2 700 € a un rédito del 5,5% anual.
32. En un banco se ofrece un 5,2% de rédito y un teléfono valorado en 180 €, por 4 500 € de inversión a 4 años. Y, en otro, la oferta es de un 6% de rédito el primer año, y, después, un 4,8% sobre el capital inicial. ¿Qué oferta es más ventajosa?

10 Interés compuesto

Si se invierte determinada cantidad de dinero en un banco a un cierto rédito, al finalizar el período de tiempo por el que se ha depositado, se producen unos intereses.

El **interés compuesto** se obtiene cuando al finalizar este período, los intereses se añaden al capital y en el período siguiente, el rédito se aplica a la cantidad acumulada.

El capital total obtenido al cabo de t años por depositar una cantidad C de dinero a un rédito del $r\%$ es:

$$C_{\text{Total}} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

EJEMPLOS

17. Calcula el capital obtenido al depositar a interés compuesto 4 800 € en un banco que nos ofrece el 3,5% anual durante 5 años.

Sustituimos en la fórmula anterior:

$$C = 4\,800 \text{ €} \quad r = 3,5\% \quad t = 5 \text{ años}$$

$$C_{\text{Total}} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \rightarrow C_{\text{Total}} = 4\,800 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^5 = 5\,700,89 \text{ €}$$

A los cinco años, obtendremos 5 700,89 €.

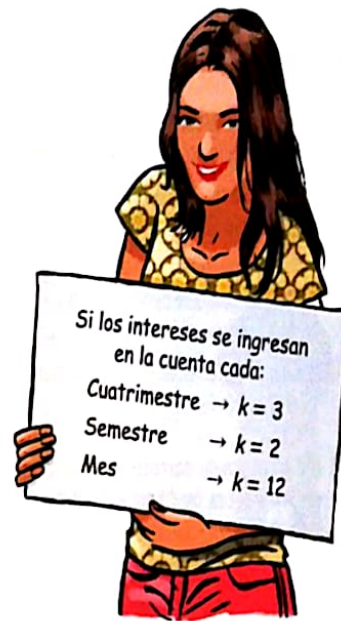
18. Halla el capital que se obtiene al depositar 6 000 € al 2,75% anual durante 3 años si los intereses se acumulan trimestralmente.

Que se acumulen trimestralmente significa que el banco ingresa los intereses correspondientes a los tres últimos meses y los acumula a la cantidad de dinero que haya en ese momento.

Por tanto, hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (k). Puesto que el año tiene 4 trimestres:

$$C_{\text{Total}} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \rightarrow C_{\text{Total}} = 6\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,75}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot 3} = 6\,514,15 \text{ €}$$

Se obtienen 6 514,15 € al finalizar la inversión.



ACTIVIDADES

- 33. Calcula el capital final de una inversión de 5 600 € a interés compuesto al 3,8% anual durante 10 años.
- 34. ¿Cuál será el capital final de una inversión a interés compuesto de 14 000 € durante 12 años al 2,4% anual, con intereses cuatrimestrales?
- 35. Fran recibe 13 506,10 € tras 4 años al 3% anual con interés compuesto. ¿Cuánto dinero invirtió?
- 36. Calcula el capital que se obtiene al invertir 25 000 € con un rédito del 5% anual en 5 años, si los intereses se acumulan mensualmente.
- 37. Paco ha comprado un aparato de aire acondicionado para su casa de la playa. Lo ha financiado al 2,9% anual durante 4 años con interés compuesto. El precio final que ha pagado es de 896,91 €. ¿Cuánto costaba sin financiar?

Razón y proporción

- 38** Escribe las razones que representan las siguientes situaciones.
- He gastado 28 de los 50 ml de mi frasco de colonia.
 - De las 16 unidades que tenemos para el examen, Antonio ha estudiado 12.
 - Han salido 8 flores de las 14 semillas que planté.
 - Juan ha vendido 25 de los 60 bocadillos que preparó.
 - Al hacer la comida he utilizado 300 de los 500 g que tenía el paquete de arroz.
 - Han repartido 122 revistas de un total de 600.

- 39** Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.
- Si un solo albañil tarda 2 semanas en construir un muro, tres albañiles tardarán 6 semanas.
 - Por 3 barras de pan, he pagado 1,80 €, entonces 10 barras me costarán 6 €.
 - Cuatro personas van a compartir una ración de gambas que tiene 20 unidades. Si viene una persona más, tocarán a 4 gambas cada uno.
 - Un canguro recorre 8 m en 3 saltos. Si da 9 saltos, recorrerá 16 m.

- 40** En un mapa de carreteras, la distancia medida en línea recta de Cádiz a Córdoba es de 13 cm y de Cádiz a Ciudad Real, 22 cm.



Si la distancia real, en línea recta, de Cádiz a Córdoba es de 286 km, y a Ciudad Real, 484 km, ¿cuál será la distancia real de Cádiz a León, si en el mapa mide 35 cm?

- 41** Con una botella de 2 litros de refresco hemos podido llenar 8 vasos. ¿Cuántos litros tendríamos que usar si tuviéramos 15 vasos?
- 42** En un estanque que contiene 80 m³ de agua pueden vivir 2 400 peces. ¿Cuántos pueden vivir en una pecera de 200 ℓ?
Recuerda: 1 m³ = 1 000 ℓ

Proporcionalidad directa

- 43** ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales?
- Tamaño de un jardín y volumen de agua consumida para regarlo.
 - Número de gallinas y número de huevos que se pueden obtener.
 - Peso y altura de un caballo.
 - Presión y profundidad cuando un buzo desciende en el mar.
- 44** Si por 5 horas de trabajo cobras 45 €, ¿cuánto recibirás por 12 horas?
- 45** Un coche de fórmula 1 consume 67 ℓ de gasolina cada 100 km. ¿Cuántos litros consumirá en total si da 18 vueltas a un circuito de 17 km?
- 46** Completa la siguiente tabla sabiendo que las magnitudes A y B son directamente proporcionales.

A	20	a	b	32
B	40	12	18	c

- 47** Una explotación ganadera tiene 12 vacas que producen 300 ℓ de leche al día. ¿Cuántas vacas deberían comprar si quieren producir diariamente 500 ℓ de leche?
- 48** Un tractor que circula a 35 km/h ha recorrido 164 km en una tarde. ¿A qué velocidad tendría que haberse movido para recorrer 225 km en el mismo tiempo?
- 49** El partido mayoritario en las elecciones municipales de una población ha obtenido el 52 % de los votos y tiene 8 concejales. ¿Cuántos concejales tendrá un partido que ha obtenido el 39 % de los votos? ¿Y el que ha obtenido el 13 %?
- 50** Para hacer un helado para 6 personas, Nicolás necesita 750 ml de leche. ¿Cuánta leche necesitaría si el helado fuera para 10 personas?
- 51** Una moto gasta 7,3 ℓ de gasolina cada 100 km. ¿Cuántos kilómetros puede recorrer si le quedan 4 ℓ en el depósito?
- 52** Esta es la etiqueta de unos canelones envasados. ¿Cuántos gramos de colesterol contienen en total?

Contiene 118 mg de colesterol por cada 100 g
Peso neto 185 g

53 Las 4 lavadoras de una tintorería pueden lavar 420 kg de ropa en una semana. El dueño quiere comprar dos lavadoras más. ¿Cuántos kilos de ropa podrán lavar a la semana?

54 Para extraer 3750 m³ de arena en la construcción de la primera planta de un parking, se han necesitado 250 camiones. ¿Cuántos se necesitarán para extraer los 4500 m³ que hay en la segunda planta?

Proporcionalidad inversa

55 Indica si las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales.

- Cantidad de agua que hay en una botella y volumen de aire que contiene.
- Número de personas que hacen un trabajo y tiempo que tardan en terminarlo.
- Días de lluvia y toneladas de trigo recogidas en una determinada región.
- Presión sobre un gas y volumen que ocupa.
- Tiempo que tarda en llenarse un depósito de agua y número de grifos que lo llenan.
- Días que dura un paquete de comida para perros y número de perros que la comen.

56 Ricardo tiene miopía y el médico le ha dicho que necesita unas lentes de 2 dioptrías porque no puede ver con nitidez los objetos a distancias superiores a 50 cm. A Charo le han dicho que sus gafas tienen que ser de 4 dioptrías. ¿A qué distancia máxima ve los objetos con nitidez?

57 Si 12 ovejas tardan 4 días en comerse la hierba que hay en una parcela, ¿cuántos días tardarían 32 ovejas?



58 Un filete de pollo tarda 4 horas en congelarse a 10 °C bajo cero. ¿Cuánto tiempo tardará si lo congelamos a una temperatura de -18 °C?

59 En un comedor social con capacidad para 63 personas tienen alimentos para 8 días.

60 ¿Cuántos días podrían mantenerse si tuvieran que alimentar a 72 personas?

60 Roberto es el encargado de una obra que tiene que estar terminada en 8 días. Sabe que 6 obreros tardarían 24 días en terminarla. ¿Cuántos obreros debe asignar para que la obra esté acabada en fecha?



61 Estudiando 15 páginas por día, tardaría 12 días en prepararme el examen de Lengua. ¿Cuántas páginas debería estudiar diariamente si tengo el examen dentro de 8 días?

62 Seis dotaciones de bomberos apagan un incendio en 15 horas.

- ¿Cuántas dotaciones serán necesarias si queremos extinguir el fuego en 9 horas? ¿Y si queremos extinguirlo en 10 horas?
- Si otro incendio ha sido apagado por 18 dotaciones de bomberos, ¿cuánto tiempo han tardado?



63 Un coche que circula a 110 km/h tarda 90 minutos en llegar a su destino.

- ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?
- Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en recorrer una distancia de 495 km?

64 Un profesor calcula que, si forma en su clase grupos de 5 alumnos, tardarán en hacer un trabajo 6 horas. ¿Cuánto tardarían si los grupos fueran de 4? ¿Y de 6?

Porcentajes

65 Halla los siguientes porcentajes.

- 25 % de 18 000
- 34 % de 657 000
- 15 % de 1 500
- 71 % de 83 000

66 ¿Qué tanto por ciento supone esta proporción? ¿En qué porcentaje supera a la naranja, que contiene 50 mg en cada 100 g?



- 67 En una playa, 7 de cada 10 personas que no usaban protección solar han sufrido algún tipo de quemadura. Entre los que usaban protección, se han quemado 2 de cada 10. ¿Cuáles son los porcentajes de personas con quemaduras en los dos casos? ¿Cuántas personas sufrirían quemaduras si hay 1700 que no usan protección?



- 68 En un referéndum ha votado el 76,5% del censo electoral. De estas personas, ha votado «Sí» el 37,8%, que son 25 447 personas. ¿Cuántos ciudadanos podían votar en el referéndum?

- 69 Al cobrarme un artículo en una tienda, el vendedor me pedía por error 29,50 €, cuando la etiqueta marcaba 25 €. ¿En qué porcentaje se había equivocado?

- 70 Para reservar los libros de texto del año próximo, hemos tenido que pagar un 15% de su coste por adelantado. Si hemos pagado 36 €, ¿cuál es el precio de los libros?

- 71 Indica en qué porcentaje se aumenta o se disminuye una cantidad cuando se multiplica por:

- a) 0,45 c) 1,05
b) 1,26 d) 0,62

- 72 Antes de la entrada en vigor de la ley antitabaco, la cantidad de partículas ultrafinas (las más peligrosas para la salud) en los establecimientos públicos rondaba las 60 000 por cm^3 . Tras la aplicación de la ley, esa cantidad disminuyó en un 90%. ¿Cuántas partículas quedaban?

- 73 El año pasado en el colegio de José Manuel había 84 alumnos que tocaban algún instrumento musical. Este año solo practican 68. ¿En qué porcentaje se ha reducido la cifra?

- 74 Hace unos meses a Manuel le pusieron una multa de aparcamiento por valor de 75 €. Como siempre olvida pagarla, cada mes le hacen un recargo del 5%. ¿A cuánto ascenderá la multa si hace 6 meses que se la pusieron?

- 75 Al lavar una toalla, que medía 120 cm de largo, ha encogido y ahora mide 102 cm. ¿En qué porcentaje se ha reducido su tamaño?

- 76 Un edificio recoge el agua de lluvia en un depósito y luego la utiliza para regar los jardines que lo rodean. En abril, el depósito estaba lleno, pero a finales de mayo, debido a la escasez de lluvias, el agua ha disminuido en un 35%. Si ahora contiene 6 150 ℓ, ¿qué capacidad tiene el depósito?

- 77 Un apicultor ve disminuir la producción de miel debido a las altas temperaturas, por lo que decide incrementar su precio en un 12,5%. Si un tarro de miel costaba 5,80 €, ¿cuánto cuesta ahora?

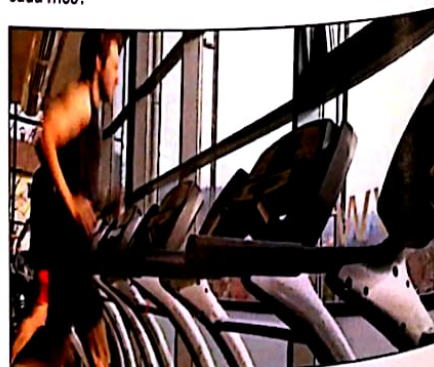
- 78 La esperanza de vida ha aumentado, en los últimos 20 años, de 65,3 a 71,5 años. ¿En qué porcentaje se ha incrementado? Si la tendencia continúa así, ¿cuántos años de media viviremos dentro de otros 20 años?

- 79 Calcula las cantidades finales después de aplicar los siguientes porcentajes sucesivos.

- a) 1 100 sube un 12% y baja un 15%.
b) 4 228 baja dos veces consecutivas un 18%.
c) 150 000 sube un 24% y baja un 32%.
d) 6 700 baja un 34% y sube un 42%.
e) 510 sube un 15% dos veces y luego baja un 21%.
f) 38 sube un 34%, luego un 16% y después baja un 47%.

- 80 Por un artículo que costaba 450 €, hemos pagado 325,12 €. Sabemos que dicho artículo ha sido rebajado dos veces consecutivas en el mismo porcentaje. ¿Cuál es el porcentaje que se ha rebajado cada vez?

- 81 Un gimnasio que en el mes de marzo tiene 250 socios, ve aumentar su clientela en un 12% en abril, un 25% en mayo y un 16% en junio. Si el mes de julio el número de abonados desciende un 50%, ¿cuántas personas quedan? ¿Cuántas personas se apuntaron o se dieron de baja cada mes?



- 82** Al iniciarse la emisión de un partido de fútbol,
 *** el número de mensajes que se difunden por las redes sociales es de 350 000. Durante la primera media hora, el número aumenta en un 5 % y, tras el primer gol, en un 42 %. En el descanso se registra un descenso del 55 %, y después del segundo gol un aumento del 60 %. ¿Cuántos mensajes se contabilizan tras el segundo gol?



- 83** En una comunidad autónoma con 230 000
 ** desempleados, el paro descendió un 15,5 % en verano, pero en el otoño volvió a aumentar en un 16 %. Al llegar la Navidad, volvió a descender un 20 %, pero tras las fiestas aumentó de nuevo en un 25 %. ¿Cuántos desempleados quedaban tras la campaña navideña?

- 84** Mónica tiene una tienda de artesanía en la que vende
 *** todo tipo de abalorios. Los collares cuestan 12 € cada uno y, como no se venden muy bien, decide bajar su precio un 15 %. Con la rebaja, las ventas aumentan bastante, y determina volver a ponerlos a su precio inicial, por lo que vuelve a subir su precio un 15 %. ¿Volverán a costar 12 €?

Interés simple y compuesto

- 85** Halla el capital final que se
 *** obtiene al invertir 48 000 € a interés simple durante 12 años al 3,45 %.

- 86** ¿Durante cuántos años a
 *** interés simple deberíamos tener 1 000 € al 2,5 % para que el capital se duplique?

- 87** Un capital de 25 000 € ha
 *** generado unos intereses de 2 187,50 € tras 5 años de inversión a interés simple. ¿Qué rédito se le aplicó?

- 88** El Banco Central Europeo ha concedido a un país
 *** una ayuda de 5 000 000 000 € a interés simple con un rédito del 8,5 % durante 5 años. ¿A cuánto ascienden los intereses? ¿Qué cantidad final tiene que pagar el país al Banco?



- 89** Mercedes fue al banco para abrir un depósito con
 *** 24 000 € a plazo fijo y un rédito del 2,8 % anual durante 20 años. Si el interés es simple y recibe los intereses mensualmente, ¿qué cantidad le abonan cada mes?



- 90** A Paloma le ofrecen en el banco dos posibilidades para
 *** invertir a interés compuesto sus 18 000 €. Un 4,5 % anual a 4 años o un 4 % anual a 5 años. ¿Qué oferta genera una mayor ganancia?

- 91** Al invertir 15 000 € al 3,2 % anual, obtenemos
 *** un capital final de 20 553,60 €. Si el interés es compuesto, ¿durante cuántos años hemos mantenido la inversión?

- 92** Halla el valor del capital que se obtiene al invertir
 *** a interés compuesto 50 000 € al 5,25 % en 3 años.

- 93** Con una inversión al 1,97 % anual, hemos obtenido
 *** 5 260 € después de 8 años. Si el interés es compuesto, ¿cuál fue el capital depositado inicialmente?

- 94** Halla el capital final de una inversión de 30 000 €
 *** durante un año, al 6,25 % anual, con acumulación de intereses cuatrimestrales.

- 95** Raquel invirtió 5 000 € a interés compuesto
 *** hace 5 años al 2,5 % anual. En el banco le dicen que si mantiene el dinero dos años más, le dan un 3 % de rédito. ¿Cuánto obtendrá al finalizar los dos años?



- 96** ¿Qué rédito se aplicó a una inversión a interés
 *** compuesto de 20 000 € en 10 años que generó unos intereses de 3 288,95 €?



Solicitar un crédito



Marina, Javier y Ramón son primos. Sus abuelos eran los dueños de la panadería del pueblo, y como quieren seguir la tradición familiar, han decidido asociarse y montar una.

Lo primero que han hecho ha sido buscar un local. Después de varios meses tratando de encontrar uno que se adapte a sus necesidades, por fin han dado con el establecimiento perfecto.

Ahora, necesitan pedir un crédito bancario de 75 000 € para poder poner en marcha el negocio.

Al consultar en diferentes bancos, les hacen las siguientes ofertas:

Préstamo Crosslindel

Interés anual: 5,95% fijo
Financiación: hasta 80 000 €
Plazo: 5 años
Comisión de apertura: 0,50%
Comisión de estudio: 0%

Préstamo Friendlink

Interés anual: 6,8% fijo
Financiación: hasta 90 000 €
Plazo: 7 años
Comisión de apertura: 0%
Comisión de estudio: 1%

Préstamo Outlander

Interés anual: 6,45% fijo
Financiación: hasta 100 000 €
Plazo: 10 años
Comisión de apertura: 0,75%
Comisión de estudio: 0,75%

Han preguntado por cada uno de los términos de esta publicidad y les han explicado lo siguiente:

- **Comisión de apertura:** es un dinero que tendrán que pagar al banco por los gastos administrativos que supone abrir el crédito. Si se piden 100 000 € y la comisión de apertura es del 1%, al abrir el crédito tendrán que pagar el 1% de 100 000 €, es decir, 1 000 €.
- **Comisión de estudio:** es el pago que hay que hacer al banco por el estudio que realiza para evaluar si les concede el crédito.
- **Interés anual:** son los intereses que tienen que pagar por el dinero que les han prestado. Los intereses se pagan por año y solo se aplican a la cantidad que queda por pagar. La fórmula que relaciona el dinero que nos prestan, C_0 , la cantidad que tenemos que pagar anualmente al banco, C_t , el tiempo que el banco nos da para pagar el crédito, t , y el interés anual que nos cobran, r , es la siguiente:

$$C_t = C_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - 1}{\frac{r}{100} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$$

- ¿Qué cantidad de dinero pagarán mensualmente por cada uno de los créditos?
- ¿Cuánto dinero habrán devuelto al banco por cada uno de los créditos al terminar de pagar?